UNIVERSIDAD PANAMERICANA

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Andragogía y Docencia Superior

MATEMÁTICA FUNDAMENTAL

-Texto Didáctico-

Efraín de Jesús Salazar Vides

Guatemala, julio 2013

MATEMÁTICA FUNDAMENTAL

-Texto Didáctico-

Doctor Carlos Interiano.

Asesor.

Efraín de Jesús Salazar Vides

Guatemala, julio 2013

Autoridades de la Universidad Panamericana

M. Th. Mynor Augusto Herrera Lemus

Rector

M. Sc. Alba Aracely Rodríguez de González

Vicerrectora Académica y Secretaria General

M.A. César Augusto Custodio Cóbar

Vicerrector Administrativo

Autoridades de la Facultad de Ciencias de la Educación

Lic. Dinno Zaghi

Decano de la Facultad de Educación

M.A. Dilia Figueroa de Teos

Coordinadora de la Maestría en Andragogía y Docencia Superior

Doctor Carlos Interiano

Asesor

DICTAMEN APROBACION
TEXTO DIDÁCTICO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
UNIVERSIDAD PANAMERICANA

ASUNTO: **Efraín De Jesús Salazar Vides**
Estudiante de la carrera de Maestría
En Gerencia Educativa, de esta Facultad
Solicita Autorización de Texto Didáctico
para completar requisitos de graduación.

Dictamen Junio 2013

Después de haber estudiado el anteproyecto presentado a esta Decanatura para cumplir requisitos de Proyecto que es requerido para obtener el título de Maestría se resuelve:

1. El anteproyecto presentado con el nombre de: "**Matemática Fundamental**".

2. La temática enfoca temas sujetos al campo de investigación con el marco científico requerido.

3. Habiendo cumplido con lo descrito en el reglamento académico de la Universidad Panamericana en opciones de Egreso, artículo No.69 incisos del a) al c).

4. Por lo antes expuesto, el estudiante Efraín De Jesús Salazar Vides recibe la aprobación de realizar el Proyecto, solicitado como opción de Egreso con el tema indicado en numeral 1.

UNIVERSIDAD PANAMERICANA FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACION DECANO ★ DE GUATEMALA ★

Lic. Dinno Marcelo Zaghi García
Facultad de Ciencias de la Educación
Decano

C.C. Archivo

UNIVERSIDAD PANAMERICANA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION, Guatemala a los Diecinueve días del mes de Junio del dos mil trece.------------------------

*En virtud de que el Texto Didáctico con el tema: "***Matemática Fundamental***".*

Presentado por: **Efraín De Jesús Salazar Vides**, *previo a optar al grado Académico de Maestría en Gerencia Educativa cumple con los requisitos técnicos y de contenido establecidos por la Universidad, se extiende el presente dictamen favorable para que continúe con el proceso correspondiente.*

Dr. Carlos Interiano
Asesor

UNIVERSIDAD PANAMERICANA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION, Guatemala a los diez y nueve días del mes de Junio del dos mil trece.--------------------

*En virtud de que el Proyecto con el tema: "**Matemática Fundamental**". Presentado por**: Efraín De Jesús Salazar Vides**, previo a optar al grado Académico de Maestría en Gerencia Educativa cumple con los requisitos técnicos y de contenido establecidos por la Universidad, se extiende el presente dictamen favorable para que continúe con el proceso correspondiente.*

DR. Carlos Interiano
Revisor

UNIVERSIDAD PANAMERICANA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, Guatemala a los Diez y Nueve días del mes de Junio de dos mil trece.---

En virtud de que el Informe Final de Texto Didáctico con el tema **"Matemática Fundamental"**, *presentado por* **Efraín de Jesús Salazar Vides** *previo a optar grado académico de Maestría en Gerencia Educativa, reúne los requisitos técnicos y de contenido establecidos por la Universidad, y con el requisito de Dictamen del Asesor (a)-Tutor (a) y Revisor, se autoriza la* ***impresión*** *del informe final de Proyecto.*

Lic. Dinno Marcelo Zaghi García
Decano
Facultad de Ciencias de la Educación

Nota. “Para efectos legales, únicamente el sustentante es responsable del contenido del presente trabajo”

CONTENIDO

RESUMEN.

El presente texto didáctico de Matemática Fundamental, tiene como propósito básico brindar al estudiante de la carrera del Profesorado de Enseñanza Media en Pedagogía una cosmovisión de los fundamentos de la Matemática, los lineamientos esenciales para el desarrollo de estudios superiores, así como la motivación necesaria y oportuna para despertar el interés y la vocación con la finalidad de poder estar en condiciones óptimas de estudiarla, aplicarla y por sobre todas las cosas de enseñarla en donde le corresponda hacerlo, de una forma diferente pedagógica y didácticamente eficaz.

Compete a este texto, motivar al estudiante a conocer y practicar una serie de actividades y ejercicios que lo llevarán paulatinamente a una mejor comprensión y práctica de la Matemática.

El presente texto de Matemática Fundamental, está integrado por seis unidades, iniciando desde los conceptos básicos de Proporcionalidad, Expresiones Algebraicas, Operaciones con Polinomios, Productos Notables, Factorización y finalmente plantea problemas elementales de Ecuaciones, mismas que encierran los contenidos que establece el plan de estudios superiores de la carrera de Enseñanza Media en Pedagogía.

A lo largo del desarrollo del presente texto, el estudiante analizará y comprenderá que la Matemática es un medio científico que responde a todas las exigencias del mundo actual y sugiere una serie de textos bibliográficos que servirán de apoyo para la ampliación del conocimiento.

INTRODUCCIÓN

Uno de los más grandes tropiezos de los y las estudiantes universitarios en la actualidad es la matemática, por lo que en el desarrollo del presente texto, se pretende mejorar dicho aspecto no solo a nivel estudiantil sino también en la práctica como docentes, ya que en su mayoría, los estudiantes de la Carrera de Profesorado de Enseñanza Media en Pedagogía, son los formadores de niños, niñas y jóvenes, quienes en el futuro serán los profesionales de nuestro país.

El presente texto didáctico tiene como propósito fundamental, desarrollar en los estudiantes, habilidades y destrezas de la matemática en forma lógica y consecuente; por lo que el conocimiento que adquiera, tenga un sentido y una asociación con el mundo que le rodea y sobre todo lo aplique en la práctica docente; Asimismo, utilizar adecuadamente el lenguaje hablado y escrito de la matemática básica, aplicando los conocimientos adquiridos dentro del contexto de la carrera y desarrollar el espíritu y la vocación para la enseñanza de esta tan importante ciencia.

UNIDAD 1

PROPORCIONALIDAD

Temas:

1.1 Razones y proporciones
1.2 Magnitudes
1.2.1 Magnitudes directamente proporcionales
1.2.2 Magnitudes inversamente proporcionales
1.3 Regla de tres
1.3.1 Regla de tres simple
1.3.2 Regla de tres compuesta
1.3.3 Tanto por ciento

"Las matemáticas no son un recorrido prudente por una autopista despejada, sino un viaje a un terreno salvaje y extraño, en el cual los exploradores se pierden a menudo".(W.S.Anglin)

I PROPORCIONALIDAD

1.1 Razones y Proporciones

1.1.1 Razón:

Cuando se comparan dos cantidades por cociente, es decir en forma de division se le conoce con el nombre de razón.

Es el cociente entre dos números o dos cantidades comparables entre si, expresado como una fracción.

A la comparación de dos cantidades se le llama razón. Una razón es el cociente entre dos magnitudes. Dos razones iguales forman una proporción.

a **Antecedente**
b **Consecuente**

El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

En una fracción "a/b" a y b tienen que ser números enteros y "b" no igual a cero; mientras que en una razón a/b, los números a y b pueden ser decimales.

1.1.2 Proporcion:

Una proporcion es la igualdad de dos razones.
Si se tienen las razones….

$\frac{a}{b}$ **y** $\frac{c}{d}$ a y d son los extremos
b y c son los medios

Cuando se igualan estas dos razones, se a formado una proporción.

$$\frac{10}{5} = \frac{50}{25}$$

Como cada razón tiene dos términos (antecedentes, consecuentes), una proporción tendrá cuatro términos: dos antecedentes y dos consecuentes.
Una proporción se puede escribir empleando el signo (:) que se lee **es a** y remplazando el (=) por cuatro puntos (::). Que se lee **como:**

10: 5 :: 50:25

Se lee: diez es a cinco como cincuenta es a veinticinco.

En la proporción, los términos se llaman **extremos y medios.**

En la proporción 10:5 :: 50:25

10 : 5 :: 50 : 25 Extremos.

Medios

Una proporción no es simplemente la igualdad de dos razones, pues para que sea proporción debe cumplir con la condición siguiente:

El producto de los términos medios debe de ser igual al producto de los términos extremos. Ejemplo:

$$\frac{10}{5} = \frac{50}{25}$$

10 : 5 : : 50 : 25

10 x 25 = 5 x 50

250 = 250

1.1.3 Cuarta proporcional

Casos en los que se desconocen uno de los términos de la proporción.

Cuando falte un extremo:

Para hallar un extremo se multiplican los medios y el producto se divide por el otro extremo. Ejemplo.

X : 5 : : 50 : 25

5 x 50 = 250/25 = 10

Cuando falta un medio
Para hallar un mediose multiplican los dos extremos y el producto se divide por el otro medio.

Ejemplo:

17 : m : : 85 : 30

$$\frac{17}{m} = \frac{85}{30} = \quad m = \frac{17x30}{85} = \frac{510}{85} \quad = \quad 6 \Rightarrow m = 6$$

la proporcion esta: $\frac{17}{6} = \frac{85}{30}$

Una proporción es continua si tiene los dos medios iguales, para calcularla se extrae la raíz cuadrada del producto de los extremos.

$3/X = X/12 \qquad X = 3 \text{ x } 12 \qquad X = 36 \quad X = 6$

1.2 Magnitudes.

Es cualquier propiedad que se puede medir numéricamente.

Son ejemplos de magnitudes.

- El tiempo
- El precio
- La velocidad
- El trabajo
- El peso, etc

1.2.1 **Magnitudes directamente proporcionales**

Dos magnitudes son diréctamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número cualquiera, la otra también queda multiplicada o dividida por ese mismo múmero.

Se establece una relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes, cuando:

- A más le corresponde más
- Amenos le corresponde menos

Son magnitudes directamente proporcionales el peso y el precio de un producto, cuando se paga a razon del peso,

Por ejemplo:

1 tornero hace 5 trompos al día

2 torneros harán 10 trompos al día

3 torneros harán 15 trompos al día o

4 torneros harán 20 trompos al día,

Al observar las cantidades, si se aumenta el número de torneros, también aumenta la cantidad de trompos.

1.2.1 Magnitudes inversamente proporcionales

Son aquellas que cuando una de ellas se multiplica por un número la otra quedandividida por ese mismo número y viceversa. Así:

Se establece una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes, cuando:

- A más le corresponde menos.
- A menos le corresponde más.

En una plantación de milpa con 2000 matas Juan tapisca 100 al día y reduce la plantación en 100 matas cada día. Si se ponen más personas a tapiscar con la misma habilidad de Juan.

Personas Que tapiscan	Cuando reducen la siembra
1 persona	1900
2 personas	1800
3 personas	1700
4 personas	1600
5 personas	1500
10 personas	1000
20 personas	0000

“Para que un trabajo se finalice en menos tiempo, habrá que incrementar el número de trabajadores, pues más trabajadores trabajando a un mismo ritmo, lógicamente harán más trabajo.”

1.3 REGLA DE TRES

Se llama regla de tres al procedimiento por el cual se debe hallar el cuarto término de una proporción, conociendo tres de ellos.

La regla de tres puede presentarse en dos casos: Regla de Tres simple y Regla de Tres compuesta.

1.3.1 Regla de Tres Simple:

Se presenta cuando las magnitudes del problema que la forman conducen a una sola proporción y se divide en Regla de Tres simple Directa y Regla de tres Simple Inversa.

1.3.1.1 REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA:

Se aplica cuando dadas dos cantidades correspondientes a magnitudes directamente proporcionales, hay que calcular la cantidad de una de estas magnitudes correspondientes a una cantidad dada de la otra magnitud.

Esta regla de tres la aplicaremos cuando:

- A más le corresponde más
- A menos le corresponde menos.

Ejemplo:

A) Tres libros iguales tienen 360 páginas, ¿Cuántas páginas habrá en 8 libros iguales?

Planteamiento	**Proporción**	**Igualdad de productos cruzados**
No. de libros No. de paginas 3--------------360 8--------------$\boldsymbol{\chi}$	$\frac{3}{8} = \frac{360}{\chi}$	3.$\boldsymbol{\chi}$=8x360 $\boldsymbol{\chi}$=$\frac{8x360}{3}$ $\boldsymbol{\chi}$=960 paginas

Entonces, en 8 libros iguales hay 960 páginas.
Las magnitudes número de libros y número de páginas son directamente proporcionales.

1.3.1.2 REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA:

Consiste en que dadas dos cantidades correspondientes a magnitudes inversamente proporcionales, calcular la cantidad de una de estas magnitudes correspondientes a una cantidad dada de la otra magnitud.

La regla de tres simple inversa la aplicaremos cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

- A más le corresponde menos
- A menos le corresponde mas

Ejemplo:
En un campamento de 10 niños, hay alimento para 30 días. Si llegan 5 niños más, ¿Cuántos días duraran los alimentos?

Planteamiento	**Proporción**	**Igualdad de productos cruzados**
No. De libros No. De paginas 10--------------30 15--------------$\boldsymbol{\chi}$	$\frac{10}{15} = \frac{\chi}{30\chi}$ Razón inversa	15.$\boldsymbol{\chi}$=30x10 $\boldsymbol{\chi}$=$\frac{30 \times 10}{15}$ $\boldsymbol{\chi}$=20 días

Entonces, los alimentos durarán 20 días.

Las magnitudes número de niños y número de días que tardarán los alimentos son inversamente proporcionales, por lo tanto, la regla de tres que se utilizara es **INVERSA.**

1.3.2 REGLA DE TRES COMPUESTA:

La regla de tres es compuesta cuando las magnitudes del problema que la componen conducen a varias proporciones.

La Regla de Tres compuesta se divide en:

- Regla de tres compuesta directa
- Regla de Tres compuesta inversa
- Regla de tres compuesta mixta

1.3.2.1 Regla de tres Compuesta Directa:

$$\left.\begin{array}{l} A_1 \longrightarrow B_1 \longrightarrow C_1 \longrightarrow D \\ A_2 \longrightarrow B_2 \longrightarrow C_2 \longrightarrow x \end{array}\right\} \qquad \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

$$x = \frac{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}$$

Ejemplo

Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de Q20.00. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

A **más** grifos, **más** Quetzales $\longrightarrow$ **Directa**.

A **más** horas, **más** Quetzales $\longrightarrow$ **Directa**.

9 grifos $\longrightarrow$ 10 horas $\longrightarrow$ Q20.00

15 grifos $\longrightarrow$ 12 horas $\longrightarrow$ x Q

$$\frac{9}{15} \cdot \frac{10}{12} = \frac{20}{x} \qquad \frac{90}{180} = \frac{20}{x}$$

$$x = \frac{20 \cdot 180}{90} = 40\,€$$

1.3.2.2 Regla de tres Compuesta Inversa:

$$\left.\begin{array}{l} A_1 \longrightarrow B_1 \longrightarrow C_1 \longrightarrow D \\ A_2 \longrightarrow B_2 \longrightarrow C_2 \longrightarrow x \end{array}\right\} \qquad \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{B_2}{B_1} \cdot \frac{C_2}{C_1} = \frac{D}{x}$$

$$x = \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1 \cdot D}{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2}$$

Ejemplo

5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

A **menos** obreros, **más** días ⟶ **Inversa**.

A **más** horas, **menos** días ⟶ **Inversa**.

5 obreros ⟶ 6 horas ⟶ 2 días

4 obreros ⟶ 7 horas ⟶ x días

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{x} \qquad \frac{28}{30} = \frac{2}{x} \qquad x = 2.14 \text{ días}$$

1.3.2.3 Reglas de Tres Compuesta Mixta:

$$\left.\begin{array}{l} A_1 \longrightarrow B_1 \longrightarrow C_1 \longrightarrow D \\ A_2 \longrightarrow B_2 \longrightarrow C_2 \longrightarrow x \end{array}\right\} \qquad \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_2}{B_1} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

$$x = \frac{A_2 \cdot B_1 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_2 \cdot C_1}$$

Ejemplo

Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m. ¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que faltan?

A **más** obreros, **menos** días $\longrightarrow$ **Inversa**

A **más** horas, **menos** días $\longrightarrow$ **Inversa**

A **más** metros, **más** días $\longrightarrow$ **Directa**

8 obreros $\longrightarrow$ 9 días $\longrightarrow$ 6 horas $\longrightarrow$ 30 m

10 obreros $\longrightarrow$ x días $\longrightarrow$ 8 horas $\longrightarrow$ 50 m

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{30}{50} = \frac{9}{x} \qquad 1 = \frac{9}{x} \qquad x = 9$$

1.4 TANTO POR CIENTO

Es una o varias de las cien partes iguales de las de cien en que se ha dividido la unidad, es decir una o varias centésimas de un número. Su signo es % y se empezó a utilizar en el año de 1,685.

Ejemplos.

- El 25% de 24 es 6
- El 50% de 300 es 150
-

En todos los casos si el denominador de una fracción es 100, la fracción indica un "***tanto por ciento" o "porcentaje".***

Los porcentajes se pueden expresar como fracciones decimales o como números decimales. Por ejemplo:

$95\% = \frac{95}{100} = 0.95$ 95% se lee 95 por ciento

Conceptos Básicos.

1. Base: Es la cantidad inicial
2. Porcentaje: Cantidad que se obtiene al aplicar el tanto por ciento a la base-
3. Tasa: %/100
4. Monto: Cantidad que resulta de sumar la base más el porcentaje.

Sintetizando podemos decir que:

Un porcentaje es un número igual al por ciento de otro número llamado base. La tasa es la razón del porcentaje a la base y se puede calcular por medio de la siguiente fórmula.

Tasa = Porcentaje/base de donde P = t .b

Sustituyendo la tasa n/100 = porcentaje/base

También podemos calcular el porcentaje utilizando la regla de tres y en todos los casos siempre será directamente proporcional.

El tanto por ciento puede presentarse en cinco casos:

- Hallar el tanto por ciento de un número.
- Hallar el número cuando se conoce el tanto por ciento de éste.
- Dados los números averiguar qué tanto por ciento es uno del otro.
- Tanto por ciento más.
- Tanto por ciento menos.

Ejemplos.

a) El 40% de 520	b) ¿De qué número es 30 el 15%?	c) ¿Qué tanto por ciento es 40 de 500?
$\frac{40}{100} = \frac{\chi}{520}$ $\boldsymbol{\chi} = \frac{40 \ x \ 520}{100} = 208$ R/ El 40% de 520 es 208.	$\frac{30}{\chi} = \frac{15}{100}$ $\boldsymbol{\chi} = \frac{30 \ x \ 100}{15} = 200$ R/ 30 es el l5% de 200	$\frac{\chi}{100} = \frac{40}{500}$ $\boldsymbol{\chi} = \frac{40 \ x \ 100}{500} = 8$ R/ 40 es el 8% de 500

d) De qué número es 500 el 10% mas	e) De qué número es 500 el 10% menos
100______X 110______500 $X = \frac{500 \ x \ 100}{110} = 454.54$ R/ 500 es el 105 más de 454.54	100______X 90_______500 $X = \frac{100 \ x \ 500}{90} = 555.56$ R/ 500 es el 10% menos de 555.56

Ejercicio No 1 (Proporcionalidad)

Razón y proporción

¿Cuál de los siguientes pares de razones forman una proporción?

- 1/2 y 5/10
- 2/3 y 4/5

Calcula el valor de X:

- X/8 = 12/32
- 5/12 = X/36
- 6/15 = 48/X
- 0.2/5 = 18/X

Regla de tres

- Un automóvil recorre 120 km con 32 litros de gasolina. ¿Cuántos litros necesita para recorrer 213 km?
- Un automóvil recorre 213 km con 18 galones de gasolina. ¿Cuántos litros necesita para recorrer 500 km?
- Si un ciclista recorre 105 km en 3 horas. ¿Cuántos kms recorrerá en 13 minutos?
- Para llegar a su colegio, un alumno debe dar 560 pasos, ¿Cuántos minutos demorará en llegar, si da dos pasos en la cuarta parte de medio minuto?
  A) 34 minutos B) 36 minutos C) 33 minutos D) 37 minutos E) 35 minutos
- Una pieza de tela de 2,5 metros de largo y 80 cm de ancho cuesta Q30.00. ¿Cuánto costará otra pieza de tela de la misma calidad de 3 metros de largo y1,20 metros de ancho?
- Cinco obreros pueden fabricar 20 piezas en 4 horas. ¿Cuántas piezas podrán fabricar 6 obreros trabajando 8 horas?
- Para enviar un paquete de 5 Kg de peso a una población que queda a 60 kmde distancia una compañía de transporte cobra Q50.00. ¿cuánto costará enviar un paquete de 15 Kg a 200 km de distancia?

- Una contratista cuenta con 24 obreros para realizar un trabajo en 46 días trabajando 7 horas al día. ¿Cuántos días emplearán si se aumenta el número de obreros a 40 y trabajan 8 horas diarias?

- Doce obreros, trabajando 8 horas al día, terminan una obra en 25 días. ¿Cuánto tardarán en realizar el mismo trabajo 5 obreros, trabajando 10 horas diarias?

- Una familia compuesta de 6 personas consume en 2 días 3 kg de pan. ¿Cuántos kg de pan se consumirán en 5 días, estando dos personas ausentes?

Porcentaje

- En una clase hay un total de 25 alumnos. Han aprobado matemáticas el 64%. ¿Cuántos alumnos han suspendido?

- Un par de zapatos costaron hasta ayer 36 €. A partir de hoy van a descontar un 10%. ¿Cuánto pagaré por ellos?

- He comprado un libro que lleva el precio de Q15.00 y a la hora de pagar, el librero me cobra Q16.05 . ¿Se ha equivocado?

- En un bosque el 65% de los árboles que hay son pinos. El número de árboles es de 12000. ¿Cuántos pinos hay?

- Un pantalón sin IVA vale 25 €. Si el impuesto del IVA es del 16% ¿Cuánto tengo que pagar por él?

UNIDAD II

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Temas:

2.1 Conceptos fundamentales
2.2 Reducción de términos
2.3 Valor numérico de expresiones algebraicas
2.4 Ordenación de Polinomios

"Un matemático dice A,escribe B, quiere decir C,pero lo que significa es C. Y de hecho D es una idea espléndida que emerge al poner orden en la confusión".(Morris Klein)

II EXPRESIONES ALGEBRAICAS

2.1 Conceptos fundamentales:

2.1.1 Algebra: Es la rama de la matemática que trata del análisis de cantidades del modo más general, sirviéndose de letras y signos para representarlas.

2.1.2 Expresión Algebraica: Es la representación de cantidades, por medio de números y letras, combinadas mediante las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación. A las letras se les llama: **variables.**

Ejemplo: Son expresiones algebraicas:

a. x
b. $5x^2y$
c. $5x^3 + 2x^2y – 3xy^2$
d. $8mn$
e. $2x^2 + 3y/x – 4x + y^2/5y$

2.1.3 Término: Es la expresión algebraica que consta de uno o varios símbolos no separados entre sí por el signo + ó el signo - .

Ejemplos: -6 b) 5 c) -5xy d) 4x/2y

2.1.4 Elementos de un término: Los elementos de un término son cuatro: Signo, coeficiente, parte literal (o base) y grado (o exponente).

Ejemplo:

En el término $-3y^2$

El coeficiente es -3, (el coeficiente puede ser positivo o negativo, en este caso es negativo)

La parte literal es "y"

El grado del término es"2"

***a)* Signo**

Por el signo, los términos pueden ser positivos o negativos.

Ejemplos:

a. +3a, + 6x, 2mn, son términos positivos.
b. -7, - 5ab, - xy, son términos negativos.

OBSERVACION: Si un término no tiene signo, se considera positivo.

b) **Coeficiente:** Es la parte numérica de un término.

Ejemplos:

a) En el término -5mn el coeficiente es -5
b) En el término xy el coeficiente es 1
c) En el término - x el coeficiente es -1

Observación: Si el término no tiene parte numérica, se entiende que el coeficiente es 1.

c) **Parte literal:** La constituyen las letras que hay en el término.

Ejemplos:

a. En el término 2ab la parte literal es ab
b. En el término mn la parte literal es mn

d) **Grado:** Puede ser absoluto o relativo.

Grado Absoluto: Es igual a la suma de los exponentes de sus factores literales.**Ejemplos:**

a. El término 3x es de primer grado
b. El término -5xy es de segundo grado
c. El término $4n^2m$ es de tercer grado

2.1.5 Grado relativo o con relación a una variable: es el mayor exponente de la variable considerada.**Ejemplos:**

a. El término $2xy^2$ es de primer grado respecto a la x y de segundo grado respecto a la y.
b. El término $–m^3n^5$, es de tercer grado respecto a la m y y de quinto grado respecto a la n.

2.1.6 Clases de expresiones algebraicas: Las expresiones algebraicas pueden ser racionales e irracionales.

Expresiones algebraicas racionales: son las que no tienen ninguna variable bajo signos radicales.

Ejemplos:

a) $4x^3y + 5$ b) $x^2/y + 8$ c) $6n/(m + n) – 4m$

Expresiones algebraicas enteras: Son las expresiones algebraicas racionales como el ejemplo del inciso a) que no tienen variables en el denominador.

Expresiones algebraicas fraccionarias: Son las expresiones algebraicas racionales como los ejemplos de los incisos b) y c) del ejemplo anterior, que tienen variables en el denominador.

Expresiones algebraicas irracionales: Son las que tienen alguna de sus variables bajo el signo radical.

Ejemplos:

a) $4x/y + 2x$ b) a/ b c) $x + 4y – 5$

2.1.7 Monomios: Son las expresiones algebraicas enteras de un solo término.

Ejemplos:

a) $4x$ b) $– 7m^3n$ c) $8y$

2.1.8 Polinomios: Son las expresiones algebraicas de dos o más términos**.** Los polinomios de dos términos se les llaman binomios. A los de tres términos se les llama trinomios. A los de cuatro o más términos simplemente se les llama polinomios.

Ejemplos:

a) $X + 3$ b) $3x^2 – 5x + 7$ c) $3xy – 5y^2 + 8$

2.1.9 Términos Semejantes: Son aquellos que tienen la misma parte literal afectada de los mismos exponentes.

Ejemplos:

a) 2mm y – 5mn, son términos semejantes.
b) Ab y – 7ab, son términos semejantes.
c) 5ax y $5a^2x$, no son términos semejantes.

2.1.10 Término independiente: Es el término que no tiene parte literal. El término independiente es de grado cero.

Ejemplos:

a) 4 b) -8 c) 1

2.1.11 **Grado de un polinomio:** Es el máximo grado de sus términos. Puede ser absoluto o relativo a una de sus variables.

Ejemplos:

a) $2x – 3y + 1$, es un polinomio de primer grado.
b) $X^2 + 3x – 5$, es un polinomio de segundo grado.
c) $m^3 – 2m^2 + m +4$, es un polinomio de tercer grado.

2.1.12 **Polinomio completo:** Un polinomio es completo con respecto a una variable, cuando contiene todos los exponentes sucesivos de dicha letra.

Ejemplos:

a) $m^4 + m^3 – m^2 + m – 1$, es completo con respecto a m.
b) $x^2y – xy^2 + 3y^3$, es completo con respecto a x y con respecto a y.

EJERCICIO No. 2

1. Complete la siguiente tabla.

Términos	Coeficiente	Parte literal	Grado Absoluto	Grado respecto a x	Grado respecto a y
2ax3y					
8x3y2					
Axy5					
3xy4					
3xy2					

2. Encierre dentro de un círculo los términos que sean semejantes en cada uno de los siguientes incisos.

a. X^2y; xy^2; $- 3x^2y$
b. $– a^2b^3$; $- b^3a^2$; a^3b^2
c. $5mn^2x$; $2n^2x$; $-mn^2x$
d. m^2n^3; m^3n^2; $- m^2n^3$
e. $13 x^3y^2z$; $- 3 xy^2z^3$; xy^2z^3

3. Clasifique las siguientes expresiones algebraicas, por su número de términos.

a) $5x^2 + 3x – 2$

b) $5x^3 - 2x^2y + xy^2 - 1$

____

c) $2a - b$

____

d) $M^2n^3 + 2m^2n^3$

____

e) $1/5\ x^2y^3$

____

f) $3xy^3 + x^2y^2 - 2x^3y$

____

4. Clasifique los siguientes polinomios por su grado absoluto.

a. $4m^2 - m + 2$

____

b. $3x + y$

____

c. $X^3 - 4x^2 + 2x^5$

____

d. $a^3 - 2a^2b^4 + ab^5 - 2$

____

e. $4xy^2 + x^5y - 2x^2 - 2x^2y^3$

____

2.2 Reducción de términos semejantes

Reducir términos semejantes es sumar o restar dos o más términos semejantes. Se suman cuando tienen el mismo signo, se restan cuando tienen signos diferentes. Cuando un polinomio tiene términos semejantes, es necesario reducirlos.

Para reducir términos semejantes del mismo signo, se copia el signo, se suman los coeficientes y se copia la parte literal.

Ejemplos:

a) $2x + 5x = \mathbf{7x}$
b) $3mn + mn + 2mn = \mathbf{6mn}$
c) $2ab + 8ab + ab = \mathbf{11ab}$

d) $Xy^2z + 3xy^2z + 12xy^2z =$ **$16xyz$**

Para reducir dos términos semejantes de distinto signo, se copia el signo del coeficiente mayor, se restan los coeficientes y se copia la parte literal.

Ejemplos:

a) $8x – 2x =$ **$6x$**
b) $3ab – 7ab =$ **$- 4ab$**
c) $–m + 3m =$ **$2m$**
d) $-5xy + xy =$ **$-4xy$**

Para reducir más de dos términos de distintos signos, se reducen los términos positivos, se reducen los términos negativos y se restan ambos resultados.

Ejemplos:

a) Reducir los términos $2x$, $- 5x$, $3x$, $- 4x$

Reducir los términos positivos: $2x + 3x =$ **$5x$**

Reducir los términos negativos: $- 5x – 4x =$ **$-9x$**

Copiamos el signo del mayor coeficiente y restamos ambos términos: $-4x$

Respuesta: -4x

b) Reducir los términos $-mn$. $6mn$, $-4mn$, $7mn$, $-2mn$

Reducimos positivos: $6mn + 7mn = 13mn$

Reducimos negativos: $-mn – 4mn -2mn = 7mn$

Copiamos el signo del coeficiente mayor y restamos los resultados: $6mn$

Respuesta: 6mn

c) Reducir los términos $10ab$, $- 4ab$, $- 8ab$, $- ab$
Reducimos positivos: $10ab$
Reducimos negativos $– 4ab – 8ab - ab = -13ab$
Copiamos el signo del coeficiente mayor y restamos los resultados: $-3ab$

Respuesta -3ab

d) Reducir el polinomio $2x + 3y – 5x + 4z – y + z$

Se reducen los términos semejantes

$2x - 5x = -3x$ $3y - y = 2y$ $4z + z = 5z$

Se escribe la respuesta, ordenando el polinomio:

Respuesta: $-3x + 2y + 5z$

EJERCICIO No.3

1. Reduzca los siguientes términos semejantes:

a) $2x + 3x + x =$ ______________________

b) $3a + a + 5a =$ ______________________

c) $7m^2n + 5m^2n =$ ______________________

d) $4ax + 2ax + ax =$ ______________________

e) $-5x^2 - 2x^2 - x^2 =$ ______________________

f) $-a^2b^3 - 5a^2b^3 - 3a^2b^3 =$ ______________________

g) $-y - 4y - 7y =$ ______________________

h) $-x - 2x - 5x - 4x =$ ______________________

i) $2x - 5x + 4x - 8x =$ ______________________

j) $3b - 2b - 7b + 5b =$ ______________________

k) $-3y - 7y + 5y - y + 4y =$ ______________________

l) $ax^2 - 5ax^{2+} 10ax^{2=}$ ______________________

m) $5a + 7a - 4a - 8a =$ ______________________

n) $2m - 5m + 13m - m =$ ______________________

2. Reduzca los siguientes polinomios y ordénelos, deje constancia de su trabajo.

a) $2a + 5b - 8a + b =$ ______________________

b) $2x + 12y - 7x - 25y =$ ______________________

c) $-5m + 4n - 2x + 3m - n =$ ______________________

d) $10x - 8z + 4y - 15x - z + y =$ ______________________

e) $2a + 5b - 8a + b =$ ______________________

f) $-12m - 5n + 4m - 2mn + m =$ ______________________

g) $7m^2n + 5mn^2 - 15m^2n =$ ______________________

h) $3xy^3 + 5 - xy^3 - 8 =$ ______________________

i) $2x^3y - 9x^2y^3 + 12x^3y - x^2y^3 =$ ______________________

j) $3mx + 5mz - 22mx + mz =$ ______________________

k) $3a - 5b - 6c + 4b - 8 + 7c + 9 - 14a + 2a - c =$

____

2.3. Valor numérico de expresiones algebraicas

El valor numérico de una expresión algebraica, es el resultado de sustituir cada una de sus variables por números específicos y efectuar las operaciones indicadas. Al proceso de calcular el valor numérico de una expresión algebraica se le llama: evaluación.

Ejemplos:

a) Evaluar: $5ab^2$, para a = 2 y b = 3

Al sustituir variables resulta: $5(2)(3^2)$

Al efectuar la potencia resulta: 5(2)(9)

Y al realizar el producto resulta: 5(2)(9) = 90

Respuesta: $5ab^2 = 90$

b.Evaluar: $-3m^3/2n$, para m=2 y n=3

Resolución:

Sustituimos variables por valores específicos $-3(2^3)/2(3)$
Efectuamos potencias: -3(8)/2(3)
Efectuamos multiplicaciones: -24/6=-4

Respuesta: $-3m^3/2n = -4$, para m = 2 y n = 3

c) Evaluar el polinomio: $3x^2 - 5x+4$, para x=2

Resolución:

Sustituimos la variable x: $3(2^2)- 5(2) + 4$
Desarrollamos la potencia: 3(4) – 5(2) +4
Desarrollamos productos: 12 – 10 + 4
Desarrollamos adición y sustracción: 6

Respuesta: El polinomio $3x^2 - 5x + 4 = 6$, para x = 2

EJERCICIO No.4

1. Evalúe los siguientes monomios para x = 1, y =2, z z=3

a) 2xy

b) -3x2y

c) $5x^2y^3$

d)-$2x^2yz/xy$

e) xy^2z/xy^2z

f)4x/3xy

g) $5xyz^3$

h) $-20x^4y^3z$

i)2(x+y)

k)2x(y-z)

2. Complete la siguiente tabla. Determine el valor numérico de los siguientes polinomios, para a= 2, b =3, c =4

Polinomio	**V. numérico**	**Polinomio**	**V. numérico**
b-c (a+5)		3a-b (c-2)	
(5a-2b) +3c		(2a+b) (c-4)	
10 – 2a (b-c)		4b – b (c-a)	
5c – 3b – 4ª		a-b+c-4	
2 (a-b) – (3b – c)		(3a2 – 2a + 1)(2b-c)	

2.4 Ordenación de Polinomios

Un polinomio se puede ordenar según el grado de sus términos, en forma ascendente o en forma descendente. En forma ascendente es cuando sus términos se escriben del menor al mayor grado. En forma descendente es cuando sus términos se escriben de mayor a menor grado.

Ejemplos:

a) $3-5x + 6x^2 + 2x^3$ forma ascendente

b) $-4m^5 - 4m^4 + 3m^3$ forma descendente

EJERCICIO No. 5

1. Ordene en forma ascendente los siguientes polinomios:

a) $4x^4 - 5x^2 + x^3 + 2x$

b) $a^4 - 3a + a5a^6 - 6 - 3a^2$

c) $4m^7 + 3m^3 + 5m^4 - m$

d) $5 - y^3 - 5y - 7y^2 + 2y^4$

2. Ordene en forma descendente los polinomios del problema anterior.

a) ____________________________ b) _________________________

c) ____________________________ d) _________________________

3. Ordene en forma ascendente y descendente, con respecto a la variable x, los polinomios $y^2 + 7xy – 3x^2$, $5a^3x^3 – 7a^5x + 8a^4x^2 – 5a^6 + x^4$

a) Forma ascendente: b)Forma descendente:

4. Ordene en forma descendente los polinomios:

a) $6m – 7 – 2m^2 + 9$

b) $a^2 - 2a + 5a^2 – 7a^3 - 4a$

c) $x^5 + 3x + 2x^3 – 6 – 2x$

d) $7y^4 – 8 + 3y^4 + y + 4y^3 - 6y$

AUTOEVALUACION 1

Nombre del alumno: ____

Carné: __________ Sección: _______ Fecha: ________Punteo:___________

I SERIE: Complete correctamente los siguientes enunciados.

1. A la expresión algebraica que consta de uno o varios símbolos no separados entre si por el signo (+) o (-) , se llama:____
2. A la rama de la matemática que trata del análisis de cantidades del modo más general sirviéndose de letras y signos para representarla se llama:____
3. A la parte numérica de un término se le llama:________________________
4. A los términos que tienen la misma parte literal afectada de los mismos exponentes se le llama:____
5. Al término que tiene denominador literal, se le llama:_________________
6. A la expresión algebraica que consta de un solo término se le llama:____
7. Al polinomio que consta de dos términos se le llama:__________________
8. Al polinomio $x^2 - 2x + 1$ por el grado se le llama:_____________________
9. En el polinomio $3a - 1$, ¿cuál es el término independiente?______________
10. En el monomio $2x^3y^2$, ¿cuál es el grado con respecto a la variable x_______

II SERIE: De las tres opciones, subraya la opción que completa correctamente cada enunciado.

1. En el término xy, el coeficiente es:
   a) x b) y c) 1

2. En el polinomio $2a^2 + 5a - 7$, el término independiente es:
   a) 2 b)-7 c)5

3. El grado absoluto de $2x^2y^3z$ es:
   a) 6 b) 3 c) 2

4. Por el número de términos, al polinomio 3ª+5b – 2 se le llama:
a) monomio b) binomio c) trinomio

5. El término -3xy es semejante a:
a) $-3x^4y^3$ b) x^3y^4 c) $3x^4y^3$

6. El grado absoluto del polinomio $5x^2 – 2y^2 + y$ es:
a) Quinto grado b) tercer grado c) segundo grado

7. El valor numérico de la expresión -2 a3b2, para a= -22 y b = 3
a) -144 b)144 c)72

II SERIE: Resuelva correctamente cada problema. Deje constancia de su trabajo en los espacios correspondientes.

1. Ordene en forma ascendente el polinomio $5x^3$, $-4x + 7 – x^2$ ____________
2. Ordene en forma descendente el polinomio $4-4x^5 + 6x + x^3$ ____________
3. Reduzca las expresiones: a) $5x^3$, $-6x^3$- $-2x^3$ ____________
   b) $4xy^2$, $2xy^2$, $-9xy^2$ ____________
   c) $-5x^2y^3$, $-3x^2y^3$ ____________

4. Determine el valor numérico de los siguientes polinomios, siendo

a= -1, b=4, c=5

a) $b – a(b^2-c + 2)$ ______________
b) $(2a^3 + b^2 – c)(2b+1)$ ______________
c) –b/2a + b2 – 4ac/2a ______________

UNIDAD 3

<u>OPERACIONES ALGEBRAICAS</u>

<u>Temas:</u>

1. **Adición y sustracción algebraica**
2. **Multiplicación algebraica**
3. **División algebraica**

"No hay modo de entender bien al hombre si no se repara en que la matemática brota de la misma raíz que la poesía, del don imaginativo".(José Ortega Y Gasset)

III OPERACIONES ALGEBRAICAS

3.1 Adición y sustracción algebraica

La adición de polinomios es una operación que tiene por objeto, reunir dos o más polinomios en un solo polinomio. Los polinomios que se suman se llaman sumandos y el resultado de la operación se llama suma. Para sumar polinomios se procede de la siguiente manera:

a) Se ordenan los polinomios con respecto a cualquier variable.
b) Se colocan los polinomios, uno debajo de otro de modo que los términos semejantes queden en columna.
c) Se reducen los términos semejantes de cada columna.

Ejemplo:

a) Sumar: $(9x – 3y + 5) + (-x-y+4) + (5x + 4y -9)$

Resolución:

$9x -3y +5$

$-x – y +4$

$\underline{-5x + 4y-9}$

$\mathbf{3x \quad 0y \quad 0}$

Respuesta: La suma es 3x

b) Sumar: $(-7x – 4y + 6z) + (10x-20y – 8z) + (-5x + 24y +2z)$

Resolución:

$$\begin{array}{l} -7x – 4y+6z \\ 10x –20y-8z \\ \underline{-5x+24y+5z} \\ -2x \qquad +3z \end{array}$$

Respuesta: la suma es: -2x + 3z

c. Sumar: $(2m^2n + 5mm^2-6) + (mn^2- 7m^2n+4) + (m^3+3mn^2-8m^2n)$

$$\begin{array}{r} 2m^2n+5mm^2-6 \\ -7m^2n+mn^2+4 \\ \underline{m^3-8m^2n+3mn^2} \\ m^3-13m^2n+9mn^2-2 \end{array}$$

Respuesta: la suma es m^3-13m^2n+9mn^2-2

En la sustracción de polinomios se aplican las mismas leyes y procedimientos empleados en la adición. En la práctica se procede de la siguiente manera:

a) Se escribe el minuendo.

b) Abajo se coloca el sustraendo pero cambiando signos a todos los términos.

c) Se reducen términos semejantes.

Ejemplos:

a) Restar: $(7x^2 + 4xy - 5y^2) - (10x^2 - 2xy - 3y^2)$

Resolución:

Escribimos el minuendo	$7x^2 + 4xy - 5y^2$
Cambiamos signos a todos los términos del sustraendo	$\underline{-10x^2+2yx+3y^2}$
Reducimos términos semejantes	$\mathbf{-3x^2 + 6xy - 2y^2}$

Respuesta: la diferencia es $\mathbf{-3x^2+6xy-2y^2}$

b) Restar: $(m^2-2n^2-3mn) - (-5m^2-n^2+6mn)$

Resolución:

Escribimos el minuendo	m^2-2n^2-3mn
Cambiamos signos a todos los términos del sustraendo	$\underline{5m^2+n^2-6mn}$
Reducimos términos semejantes	$\mathbf{6m^2-n^2-9mn}$

Respuesta: la diferencia es $\mathbf{6m^2-n^2-9mn}$

LABORATORIO No. 1

1. Sume los polinomios:

a) (3x+5y) + (2x+4y)

b) (5m-8n) + (3m+4n)

c) (7a – 12b) + (5a-2b)

d) (12x – 15y) + (-20x-5y)

e) (10m-12n) + (19n-8m)

f) (32a- 16b) (-17b-40a)

g) (3x+ 4y -5z) + (3z-8x+2y)

h) $(12x^3-5x^2+x) + (x^2-2x^3-8x)$

i) $(7x^3+x^2y-8xy^2) + (3x^3-x^2y+2xy^2)$

j) $(3mn^2+5m^2n^3-n^4) + (3n^4-4mn^2-m^2n^3)$

k) $(2x+5y) + (4y-7x) + (6x-7y)$

l) $(8a-b) + (b-4a) + (2a-b)$

m) $(4m-7n) + (12n-5m) + (15m+2n)$

n) $(2x+25y) + (4y-2z) + ((8x-z)$

ñ. $(3a-2b+29 + (5a+7b-8) + (4-b5a)$

o) $(5n-8m+13) + (12n-8m.22) +(3m-7+n)$

p) $(9xy+7yz-4z) + (3z+2yz-xy) + (2xy-yz)$

q) $(2x^3-7x^2+14x) + (10x^2-8x-x^3) + (3x-6x^3-8x^2)$

r) $(-12a+5b-7c) + (4b-5c+10a)+(31c+2b)$

s) $(a^3-a^2b+ab^2-b^3) + (b^3-8a^2b-a3) + (3ab^2-5a^2b+a^3)$

2. Obtenga la diferencia de los siguientes polinomios:

a) $(x-y) – (x+y)$

b)$(5a-4b) – (-2a+3b)$

c)$(8m+5n) –(-5n+m)$

d) $(3x+y) – (4x-3)$

e) $(7x^2 + x) – (4x^2-2x)$

f) $(ab + cd + de) – (2cd-ab+de)$

g$(3m-4n + 1) – (2m+5n-6)$

h)$(8x+4y-3) – (-2y+13x+1)$

i) $(y^3-3y^2+5y) – (-4y^2-3y+y^3)$

j) $(12m^3-8n^3+6m^2n-7mn^2) – (14mn^2-21m^2n)$

k) $(13a-16b+c) – (7b-4c+a)$

l) $(3x+4xy-y) – (-6y+5x^3+xy)$

m) $(2b+15bc-a) – (-4a+11b-8)$

n) $(7m-12mn+n) – (-17mn+n-8m)$

0) $(2x-8y +5z) – (4y-z+18x)$

p) $(15a+5b-6c) + (19b-8a+5)$

q)$(2m-13n+4) – (-2mn+4m-5)$

r) $(2x+5xy-3z) – (5xy+2x-3z)$

s) $(2a^3+5a^2b-8) – (-7+3a^2b-b3)$

t) $(16x^3-12x^2y+y^3) – (5x^3+y^3-3)$

3.2 Multiplicación algebraica

La multiplicación de polinomios es una operación en la que dados dos polinomios llamados factores, se desea hallar un tercer polinomio llamado producto.

3.2.1 Multiplicación de Monomios: Se aplican las leyes de la potenciación y de signos. En la práctica se procede de la siguiente manera:

a) Se escribe el signo que obtengamos de la ley de signos de la multiplicación.
b) Se multiplican los coeficientes.
c) Se escriben las letras de los factores en orden alfabético, poniéndole a cada letra un exponente igual a la suma de los exponentes que tenga en los factores.

Ejemplo:

a) $(-2x^3y)(xy^2)=$ $\mathbf{-2x^4y^3}$
b) $(6a^2y)\ (3a^3xy)=$ $\mathbf{18a^5xy^2}$

3.2.2 Multiplicación de un polinomio por un monomio: Es la suma de los productos de cada uno de los términos del polinomio por el monomio.

Ejemplo:

a) Multiplicar $(2x+5x)(3x) = (2x)\ (3x) + (5)\ (3x) =$ **6x2+15x**
b) Multiplicar $(a^2-2ab+b^2)\ (-3ab) =$ $\mathbf{-3a^3b + 6a^2b^2 - 3ab^3}$

3.2.3 Multiplicación de polinomios: En la práctica se procede de la siguiente manera:

a) Se ordenan los polinomios factores en el mismo orden.
b) Se multiplican todos los términos del primero por cada uno de los términos del segundo, escribiendo los resultados parciales en columnas de términos semejantes.
c) Se reducen términos semejantes de cada columna.

Ejemplo:

a) Multiplicar (8n-9m) (4n+6m)

Resolución:

$$\begin{array}{l} \quad\quad 8n - 9n \\ \underline{X \quad\quad 4n + 6m} \\ 32n^2 - 36mn \\ \underline{\;\;48mn - 54m^2 \quad +} \\ \quad\quad 32n^2 + 12mn - 54m^2 \end{array}$$

Respuesta: El producto es $\mathbf{32n^2 + 12mn - 54\,m^2}$

b) Multiplicar $(3a^2 - 5ab + 2b^2)\ (4a - 5b)$

Resolución:

$$\begin{array}{l} \quad\quad 3a^2 - 5ab + 2b^2 \\ \underline{X \quad\quad\quad\quad\quad 4a - 5b} \\ 12a^3 - 20a^2b + 8ab^2 \\ \underline{\quad\quad\quad\quad -15^{a^2}b + 25ab^2 - 10b^3} \;\; + \\ \mathbf{12a^3 - 35a^2b + 33ab^2 - 10b^3} \end{array}$$

EJERCICIO No. 6

1. Determine el producto de los siguientes monomios:

a) $(-2a^2)(3ab^2c)=$ ___________

b) $(5mn^2)(-3m^2n^3x)=$ ___________

c) $(-2ax^2y^3)(xyz)=$ ___________

d) $(-4m^2n^3)(-7a^3mx^4)=$ ___________

e) (2xayb) (-4xy2)= ___________

f) (7ambn) (3amb2n)= ___________

g) $(-x)(2x)(-5x^2)=$ ___________

h) $(5x^2)(-4x^3y)(a^2x)=$___________

i) (3m)(-2mn)(4mn2)= ___________

j) $(2ab)(-3a^2b^3)(-ax)=$___________

2. Efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) $(3a^2+b)(-4a)$

b) $(2m^3 - 5n^2)(3m)$

c) $(5x + 3x - 2)(6x)$

d) $(-ab+cd - de)(-abcd)$

e) $(5a^2-7ab-b^2)(3a^2x)$

f) $(x^3+2xy-1)(ax^2y)$

g) $(2m^2 + 5m - 7)(-3m^2n)$

h) $(y^3-2y^2 + 4y)(-2y)$

i) $(2x^2 - 4x + 2)(5xm)$

j) $(a^3 - 2a^2 + 4a)(-3ax)$

3. Determine el producto de los siguientes polinomios:

a) $(2x - 3y)(2x + y)$

b) $(3x^2 - 2x)(x-1)$

c) $(5a - 6b)(a-b)$

d) $(2a^2 + 3ab - b^2)(2-b)$

e) $(3x^3 - 2x^2 + 1)(x+3)$

f) $(a2 - 4a - 1)(7a^2 - 8a - 3)$

g) $(2y^4 - 3y^3 + 2y^2 - 5y)(y^4 - 2y^2 - y)$

h) $(2x^2 + x - 1)(x^2 - x + 1)$

i) $(m^3 - 5m + 3)(2m^2-m+2)$

j) $(2x^3-4x^2 + x - 3)(2x-5)$

k) $(a+2b - c)(a-b+c)$

l) $(3x^3-2x^2 + 4x-1)(x^2-2x+1)$

3.3DIVISION ALGEBRAICA

En esta operación también se aplican las leyes de la potenciación, de los signos y las propiedades de los números reales.

3.3.1 División de monomios: En la práctica se procede de la siguiente manera:

a) Se aplica la ley de signos de la multiplicación.
b) Se dividen los coeficientes.
c) Se copian las letras del dividendo y el divisor en orden alfabético y se restan los exponentes.

Ejemplo:

a) Dividir $(15x^4y^8z^3)/(-3x^3y^4z) = -5xy^4z^2$
b) Dividir $(-8m^2n^3)/(-4m^2n) = 2m^0n^2$

3.3.2 División de polinomios entre monomio: El cociente de un polinomio entre un monomio es la suma de los cocientes que resultan de dividir cada uno de los términos del polinomio entre el monomio.

Ejemplo:

Dividir: $(3a^3b – 2a^2b+ ab^2) / (-ab)$

$\frac{3a^3b}{-ab} \qquad \frac{-2a^2b}{-ab} \qquad \frac{+ab^2}{-ab}$

Respuesta: $-3a^2 + 2a + b$

En la práctica se procede:

a) Se divide cada término del polinomio entre el monomio.
b) Se separan los cocientes parciales con sus propios signos.

Ejemplo:

a) $(3x^3 – 6x^2y + 12xy^2)/(3x) = x^2 – 2xy + 4y^2$
b) $(4m^4 – 6m^3n^2 + 2m^2n)/(-2m^2) = 2m^2 + 3mn^2– n$

3.3.3 División de Polinomios: En la práctica se procede de la siguiente manera:

a) Se colocan los polinomios dividendo y divisor ordenaos en forma descendente.
b) Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. Esto nos da el primer término del cociente.
c) Se multiplica el primer término del cociente por cada término del divisor y se resta del dividendo. Esto nos da un nuevo dividendo.
d) Con el dividendo obtenido en el inciso anterior, se repiten los primeros dos pasos, hasta obtener residuo cero de grado menor que el dividendo.

Ejemplo:

Dividir: $(x^2 + 3+2) / (x + 1)$

Resolución:

x — Cociente

$x+1 \;|\; x^2 + 3x+2$ — divisor, dividendo

$\underline{-x^2- \quad x}$ — producto

$0 + 2x + 2$ — Residuo o nuevo dividendo

Como el residuo no es de menor grado que el divisor, se repite el proceso, dividiendo el nuevo dividendo entre el divisor.

2 — Segundo término del cociente

$x+1 \;|\; 2x+2$ — divisor

$\underline{-2x-2}$ — Producto del cociente por el divisor

0 — residuo

Respuesta: El cociente es $x+2$

EJERCICIO No.7

1. Determine el cociente de los siguientes monomios:

a) $2^5/2^2$ ____________ b) a^7/a^3 __________

c) m^3/m ____________ d) y/y __________

e) $-8^{a^3}b^2/2^{a^2}b$ ____________ f) 32x5y2/-8x3b __________

g) $4m^3n/3m^2n$ ____________ h) $–a^6b^4x/-2a^4b^2x$ __________

i) $(x+y)^6/(x+y)^2$ ____________ j) $(a – 1)^4/(a-1)^3$ __________

2. Determinar el cociente de las siguientes expresiones:

a) $(4^a+2)/2$

b) (12x-15)/3

c) $(10x^2y+15x)/5x$

d) $(12a^6 + 18a^5-6a^4/-6a^3$

e) $-8x^3 + 6x^2+4x)$ /2x

f) $(x^6y^3–2x4y^3 – 3x^3y^2)/^3x^3y^2$

g) 5(x+1) 2/ (x+1)

h) /(x+a) $\left[(x - a)3+(x - a)^2\right]$

$\left[\quad\quad\quad\right]$ $\left[\quad\quad\quad\right]$

i) $(2a - 2)3 - (2a\text{-}2)$ /(2ª-2)

j) $3(x\text{-}1) - 2)x\text{-}1)/(x\text{-}1)$

3. Divida los siguientes polinomios:

a) $(2x^2 + 10x + 12) / (2x+4)$

b) $(a^2 + a\text{-} 20)(a+4)$

c) $(m^2 - 8m+15)/(m\text{-}5)$

d) $(x^2 - 11x + 30)/(x\text{-}5)$

e) $(10x^2 + 3x - 18)/(5x\text{-}6)$

f) $(4x^2 + 8x+3) / (2x+1)$

g) $(9a^2$ – 12ª+4)/(3ª-2)

h) $(6x^2 + x\text{-}15) / (2x\text{-}3)$

i)(3x4 + 2x3 + 3x – 6x2 – 2)/(x2+x-2)

j) (6x4-8x2-x3+x+2)/(2x2-x-1)

UNIDAD 4

Productos Notables

Temas:

4.1 Cuadrado de binomios
4.2 Cubo de binomios
4.3 Producto de binomiosespeciales

"La matemática es la reina de las ciencias y la teoía de números es la reina de las matemátucas".(Gauss)

IV. PRODUCTOS NOTABLES

Llamamos productos notables, a resultados de multiplicaciones de polinomios que cumplen ciertas reglas y que, por simple inspección, siguiendo dichas reglas, podemos determinarlos sin realizar la multiplicación**.**

4.1 **Cuadrado de binomios**

4.4.1 Cuadrado de la suma: El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera, más dos veces la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda.

Ejemplo:

a) Determinar $(a+b)^2$

Resolución:

El cuadrado de la primera es: a^2

El doble de la primera por la segunda es: 2(ab)= 2ab

El cuadrado de la segunda es: b^2

Respuesta: $\mathbf{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$

b) Determinar: $(2x + 3y)^2$

Resolución:

El cuadrado de la primera es: $(2x)^2= 4x^2$

El doble de la primera por la segunda es: 2((2x) 83y)) =12xy

El cuadrado de la segunda es: $(3y)^2$ = 9y2

Respuesta: $\mathbf{(82x+3y)^2 =4x^2 + 12xy + 9y^2}$

2.2.1 **Cuadrado de la diferencia:** El cuadrado de la diferencia de dos cantidades, es igual al cuadrado de la primera, menos el doble de la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda.

Ejemplo:

a) Determinar: $(a-b)^2$

Resolución:

El cuadrado de la primera es: a^2

El doble de la primera por la segunda es: $2 ((a) (b)) = 2ab$

El cuadrado de la segunda es: b^2

Respuesta: $\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

b) Determinar: $(2x - 3y)^2$

Resolución:

El cuadrado de la primera es: $(2x)^2 = 4x^2$

El doble de la primera por la segunda es: $2 ((2x) (3y)) = 12xy$

El cuadrado de la segunda es: $\mathbf{(3y)^2 = 9y^2}$

EJERCICIO No. 8

1. Determine por simple inspección el resultado de:

a) $(x+y)^2 =$ ________________ b) $(m+n)^2=$ ___________

C) $(5m-3n)^2 =$ ________________ d) $(6x-7y)^2=$ ____________

e) $(4x-8y)^2=$ ________________ f) $(5a-10b)^2=$ ___________

g) $(3m-9)^2=$ ________________ h) $(5-7x)^2=$ ____________

i) $(2x^2-3x^3)^2=$ ________________ j) $(4a-b^2)^2=$ ____________

4.2 Cubo de binomios:

4.2.1 **Cubo de la suma:** El cubo de la suma de dos cantidades $(a+b)^3$ es igual al cubo de la primera, más tres veces el cuadrado de la primera por la segunda, más tres veces la primera por el cuadrado de la segunda, más el cubo de la segunda.

Ejemplo:

a) Determinar $(a+b)^3$

El cubo de la primera es: a^3

Tres veces la primera por el cuadrado de la segunda es: $3((a)^2(b))=3a^2b$

Tres veces la primera por el cuadrado de la segunda es: $3((a)(b)^2)=3ab^2$

El cubo de la segunda es: b^3

Respuesta: $\mathbf{(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$

b) Determinar: $(2m+3n)^3$

Resolución:

El cubo de la primera es: $(2m)^3 = 8m^3$

Tres veces el cuadrado de la primera por la segunda es: $3((2m)^2(3n)) = 36m^2n$

Tres veces la primera por el cuadrado de la segunda es: $3((2m)(3n)^2) = 54mn^2$

El cubo de la segunda es: $(3n)^3= 27n^3$

Respuesta: $\mathbf{(2m+3n)^3 = 8m^3+36m^2n + 54mn^2 + 27m^3}$

4.2.2 **Cubo de la diferencia:** El cubo de la diferencia de dos cantidades, es igual al cubo de la primera, menos tres veces el cuadrado de la primera por la segunda, más tres veces la primera por el cuadrado de la segunda, menos el cubo de la segunda.

Ejemplo:

a) Determinar: $(2m\text{-}3n)^3$

Resolución:

El cubo de la primera es: $(2m)^3 = 8m^3$

Tres veces el cuadrado la primera por la segunda es: $3((2m)2(3n))=36m^2n$

Tres veces la primera por el cuadrado de la segunda es: $3((2m)(3n)^2) =54mn^2$

El cubo de la segunda es : $(3n)^3 = 27n^3$

Respuesta: $\mathbf{(2m\text{-}3n)^3 = 8m^3 – 36m^2n + 54mn^2 – 27n^3}$

b) Determinar: $(4x\ \text{-}5)^3$

Resolución:

El cubo de la primera es: $(4x)^3 =64x^3$

Tres veces el cuadrado de la primera por la segunda es: $3(4x)^2(5) = 240x^2$

Tres veces la primera por el cuadrado de la segunda es:$3(4x)(5)^2$ 300x

El cubo de la segunda es 5^3 =125

Respuesta: $\mathbf{(4X – 5)^3 = 64X – 240X^2 +300X – 125}$

EJERCICIO No.9

1. Determinar por simple inspección los siguientes productos.

a) $(x+y)^3$= ______________________________

b) $(m+n)^3$ = ______________________________

c) $(2x + 5y)^3$= ______________________________

d) $(3a + b)^3$ = ______________________________

e) $(4a + 3)^3$ = ______________________________

f) $(2m + 3m)^3$= ______________________________

g) $(5x + 3y)^3$= ______________________________

h) $(3a+ b)^3$ = ______________________________

i) $(6m + 2n)^3$ = ______________________________

j) $(6a + 2)^3$ = ______________________________

2. Determinar los siguientes productos notables.

a) $(x -2)^3$ = ______________________________

b) $(y -5)^3$ = ______________________________

c) $(5x -3)^3$ = ______________________________

d) $(4a – 3b)^3$= ______________________________

e) $(3m –n)^3$ = ______________________________

f) $(2x – 5y)^3$ = ______________________________

g) $(x –x 4y)^3$ = ______________________________

h) $(10x – 2y)^3$= ______________________________

i) $(5m – 10)^3$ = ______________________________

j) $(2x -7)^3$ = ______________________________

4.3 Producto de binomios especiales

4.3.1 Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades:

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, es igual al cuadrado de la primera, menos el cuadrado de la segunda.

Ejemplo:

a) Determinar el producto: (x+4)(x-4)

Resolución:

El cuadrado de la primera es: $(x)^2=x^2$

El cuadrado de la segunda es $(4)^2= 16$

Respuesta: **$(x+4)(x-4)=x^2-16$**

b) Determinar el producto (2x + 5y)(2x- 5y)

Resolución:

El cuadrado de la primera es: $(2x)^2 = 4x^2$

Respuesta:**$(2x + 5y)(2x – 5y) = 4x^2 – 25y^2$**

4.3.2 Producto de binomios con un término común:

El producto de dos binomios de la forma (x + a)(x +x b) es igual a un término cuyo primer término es la variable al cuadrado, el segundo término es la variable de primer grado con coeficiente igual a la suma de los segundos términos de los binomios y, como tercer término, el término independiente igual al producto de los segundos términos de los binomios.

$$(x+a)(x+b)= x^2 + (a+b) x + ab$$

Ejemplos:

a) Determinar el producto (x+3)(x+4)

Resolución:

La variable al cuadrado es: $(x)^2= x^2$

La suma de los segundos términos es: 3+4= 7x

El producto de los segundos términos es: (3)(4)= 12

Respuesta: (x+3)(x+4)= x^2+7x+12

b) Determinar el producto (a+6)(a-8)

Resolución:

La variable al cuadrado es $(a)^2=a^2$

La suma de los segundos términos es: 6-8= -2a

El producto de los segundos términos es: (6)(-8)= 48

Respuesta: (a+6)(a-8)= a^2 – 2a – 48

EJERCICIO No. 10

1. Determine por simple inspección los siguientes productos:

a) $(a+b)(a-b)=$ ______________________________
b) $(x+2)(x-2) =$ ______________________________
c) $(y+5)(y-5) =$ ______________________________
d) $2x + 3y)(2x-3y) =$ ______________________________
e) $(5a-4b)(5a+4b) =$ ______________________________
f) $(3m+1)(3m-1) =$ ______________________________
g) $(2m+7)(2m-7) =$ ______________________________
h) $)6x-2y)(6x + 2y) =$ ______________________________
i) $(x^2-10)(x^2 +10) =$ ______________________________
j) $2x^2 + y^3)(2x^2-2y^3) =$ ______________________________

2. Determine los siguientes productos:

a) $(x+7)(x+2) =$ ______________________________
b) $(y-5)(y-3) =$ ______________________________
c) $(m+6)(m-2)=$ ______________________________
d) $(x+8)(x-10) =$ ______________________________
e) $(a-4)(a+3) =$ ______________________________
f) $(Y-9)(Y+1) =$ ______________________________
g) $(X-2)(X-7) =$ ______________________________
h) $(X-1)(X-5) =$ ______________________________
i) $(Y+3)(Y+2) =$ ______________________________
j) $(m-8)(m-5) =$ ______________________________

3. Determine por simple inspección los siguientes productos:

a) $(2x +y)^3 =$ ______________________________
b) $(3x+2)^2 =$ ______________________________
c) $(x-9)(x+5) =$ ______________________________
d) $(2x+5y)(2x-5y) =$ ______________________________
e) $(3x-y)^2 =$ ______________________________
f) $(x+7)(x-1) =$ ______________________________
g) $(x-3)(x-2) =$ ______________________________
h) $(5x -2)^2 =$ ______________________________
i) $(x^2 +5) (x^2-5)=$ ______________________________
j) $(x-9)(x+5) =$ ______________________________
k) $(3m^2+n)(3m^2-n) =$ ______________________________
l) $3a^2-b)^2 =$ ______________________________
m) $(5x^2 + y^3)^2 =$ ______________________________
n) $(2a-5b^2)^2 =$ ______________________________

UNIDAD 5

FACTORIZACIÓN

Temas:

5.1 Factor Común
5.2 Factorización de binomios
5.3 Factorización de trinomios

No hay modo de entender bien al hombre si no se repara en que la matemática brota de la misma raíz que la poesía, del don imaginativo".(José Ortega Y Gasset)

V FACTORIZACIÓN

Factorizar una expresión algebraica, significa descomponerla en factores de tal manera que al ser multiplicados entre sí reproduzcan a la expresión algebraica original. Existen varios casos o procedimientos de factorización, dependiendo del polinomio a factorizar.

5.1 Factor Común:

Factor Común: Es el máximo común divisor de los términos de un polinomio. El factor común puede ser un monomio o un polinomio.

5.1.1 Factor común monomio:

Factor común monomio: Un monomio es factor común de un polinomio cuando su coeficiente es el máximo común divisor de los coeficientes de todos los términos del polinomio y su parte literal está formada por las variables comunes con el menor grado con que aparezca el polinomio.

Ejemplo:

a) El factor común de los términos del polinomio $4x^3 + 6x^2 + 12x$, es $2x$ Porque 2 es el mayor número que divide a 4, 6 y 12 y, x es la variable común de menor grado.
b) El factor común de $5m^3n^2 - 10m^2n$, es $5m^2n$ porque 5 es el mayor número que divide a 5 y 10, m^2 y n, son las variables comunes de menores exponentes.

Un polinomio que tiene factor común, se factoriza escribiendo como factores:

a) Como primer factor, el factor común del polinomio.
b) Como segundo factor, el polinomio que resulta al dividir cada término del polinomio dado entre el factor común.

Ejemplo:

Factorizar el polinomio: $8x^3 – 4x^2 + 12x$

Resolución:

Como 4 es el mayor número que divide a 8, 4 y 12 y x es la variable común de menor exponente, entonces el factor común es: 4x.

Como al dividir el polinomio dado entre el factor común, $(8x^3 – 4x^2 +12x) / (4x)$ resulta $2x^2 –x+3$, entonces podemos escribir la

Respuesta: $\mathbf{8x^3– 4x^2 + 12x = 4x (2x^2 –x +3)}$

5.1.2 **Factor común polinomio:** Un polinomio es factor común de otro polinomio, cuando se repite en cada uno de sus términos.

Ejemplos:

a) En el polinomio 2x(m-1) – 3y(m-1), el polinomio (m-1) es factor común porque se repite en los dos términos del polinomio dado.

b) En el polinomio 3m(a+4) + 5n(a+4), el polinomio (a+4) es factor común porque se repite en los dos términos del polinomio dado.

Para factorizar un polinomio que tiene como factor común un polinomio, se escribe:

a) Como primer factor, el polinomio que es factor común.
b) Como segundo factor, el polinomio que resulta de dividir cada término del polinomio dado entre el factor común.

Ejemplos:

a) Factorizar el polinomio $6x(a+3) – 2y (a+3)$

Resolución:

Como el factor común es el polinomio $(a+3)$

Y al dividir cada término entre $(a+3)$ resulta el polinomio $6x – 2y$

Respuesta: $6x(a+3) – 2x(a+3) = (a+3)(6x-2y)$

5.1.2 Factor común por agrupación de términos

Cuando no todos los términos de un polinomio tienen la misma parte literal, se agrupan los términos que sí la tienen, se factoriza cada polinomio agrupado y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo:

Factorizar el polinomio: $x^3 - 2ax^3 + 2a – x$

Resolución:

Agrupamos de la siguiente forma $(x^3 – 2ax^2) + (2a – x)$

Factorizamos cada polinomio agrupado $x^2(x- 2a) + (2a – x)$

Factorizamos por polinomio común $\mathbf{(x – 2a) (x^2+1)}$

EJERCICIO No. 11

1. Determinar el factor común de:

a) $a+a^2-a^3$

b) $2x^3 - 4x^2$

c) $6x^4y^2 + 3x^2y^3 - 12x^3y^4$

d) $b(x+1)+a(x+1)$

e) $(a-2) - 3(a-2) + 5x(a-2)$

2. Factorizar los polinomios

a) $6x + 12x^2 - 9x^3$

b) $14a^2 - 7a^3 - 28a + 21a^4$

c) $8ab^3 12a^2b$

____

d) $6-2a - 8a^2 + 4a^3$

____

e) $10m^4n^2 - 5m^3n^6 + 15m^2n^3$

____

3. Factorizar los polinomios:

a) $3m(5x+4) - 2n\,(5x+4)$

____

b) $-3x(2m+n)+4y(2m+n)$

____

c) $7(a-3) + a\,(a-3) - -a^2(a-3)$

____

d) $2x^2y(m^2+3) + 5xy^2(m^2+3)$

____

e) $a^2(x-y) - b\,(x-y)$

____

4. Factorizar los polinomios:

a) $X^3 - x^2 + x + 1$

____

b) $1 + 4y + x + 4xy$

____

c) $2 + xy - x - 2y$

____

d) $X^2 - 2ya + xa - 2xy$

____

e) $X^3 + x^2y + yx + y^2$

____

5.2 Factorización de binomios

5.2.1 Diferencia de cuadrados:
La diferencia de cuadrados es igual a la diferencia de sus raíces cuadradas por la suma de las mismas.

Ejemplo:

a) Factorizar $a^2 - b^2$

La raíz cuadrada de a^2 es a

La raíz cuadrada de b^2 es b

La diferencia y la suma de estas raíces son (a-b), (a+b)

Respuesta: $a^2 – b^2 = (a-b)(a+b)$

b) Factorizar $9m^2 – 4$

Resolución:

La raíz cuadrada de $9m^2$ es 3m

La raíz cuadrada de 4 es 2

La diferencia y la suma de estas raíces son: (3m-2) y (3m+2)

Respuesta: **$9m^2 – 4 = (3m – 2)(3m+2)$**

5.2.2 Suma y diferencia de cubos:

La suma de cubos es igual al producto de un binomio por un trinomio. El binomio es la suma de sus raíces cúbicas y el trinomio es el cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

Ejemplos:

a) Factorizar: $a^3 + b^3$

Resolución:

La raíz cúbica de a^3 es a

La raíz cúbica de b^3 es b

El binomio es la suma de estas raíces: (a+b)

El cuadrado de la primera raíz es: a^2

El producto de las raíces es: ab

El cuadrado de la segunda raíz es b^2

El trinomio resulta: $(a^2 – ab + b^2)$

El resultado es el producto del binomio por el trinomio

Respuesta:$(a^3 + b^3) = a+b) (a^2 – ab + b^2)$

b) Factorizar $27a^3 + 8b^3$

Resolución:

Las raíces cúbicas que forman el binomio son (3a + 2b)

El cuadrado de la primera raíz es $(3a)(3a) = 9a^2$

El producto de la primera por la segunda es (3a)(2b) = 6ab

El cuadrado de la segunda raíz es $(2b)(2b) = 4b^2$

El trinomio es $(9a^2 – 6ab + 4b^2)$

Respuesta: $27a^3 + 8b^3 = (3a + 2b)(9a^2 – 6ab +4b^2)$

La diferencia de cubos: Es el producto de un binomio por un trinomio. El binomio es la diferencia de sus raíces cúbicas y el trinomio es el cuadrado de la primera raíz más el producto de la primera por la segunda raíz más el cuadrado de la segunda.

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab +b^2)$

Ejemplos:

a) Factorizar: $x^3 - 8$

Resolución:

Raíz cúbica de la primera cantidad: x

Raíz cúbica de la segunda cantidad: 2

El binomio de la diferencia de las raíces es: $x - 2$

El cuadrado de la primera raíz es: x^2

El producto de las raíces cúbicas es: $2x$

El cuadrado de la segunda raíz es: 4

El trinomio resulta: $(x^2 + 2x + 4)$

El producto del binomio por el trinomio es: $(x-2)(x^2 + 2x + 4)$

Respuesta: $\mathbf{x^3 - 8 = (x-2)(x^2+2x+4)}$

EJERCICIO No.12

1. Factorizar:

a) $p^2 - q^2$

b) $9m^2 - 4n^2$

c)$25x^2y^4 - 16z^2$

d) $x^2 - 9y^6$

2. Factorizar:

a) $m^3 + m^6$

b) $8m^3 + 27n^3$

c) $125x^3y6 + 1343z^3$

d) $64x^6 - 1$

e) $x^9 - 1000$

f) $216m^6 - 27n^3$

5.3 Factorización de Trinomios

5.3.1 Trinomio cuadrado perfecto: Un trinomio ordenado con relación a una letra es cuadrado perfecto cuando el primer y tercer término tienen raíz cuadrada exacta, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto se procede de la siguiente manera:

a) Se ordena el trinomio con respecto a una variable.
b) Se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer términos.
c) Con las raíces se forma un binomio: suma o resta, según el signo del segundo término del trinomio.
d) El binomio se eleva al cuadrado.

Ejemplos:

a) Factorizar: $x^2 + 6x + 9$

La raíz cuadrada del primer término es x

La raíz cuadrada del tercer término es 3

Como el segundo término es +, el binomio se forma como $(x+3)$

El cuadrado del binomio es $(x+3)^2$

Respuesta:$\mathbf{x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2}$

b) factorizar: $9x^2 – 12xy + 4y^2$

Resolución:

La raíz cuadrada del primer término es 3x

La raíz cuadrada del tercer término es 2y

Como el signo del segundo término del trinomio es - , el binomio es $(3x-2y)$

El cuadrado del binomio es $(3x – 2y)^2$

Respuesta: $\mathbf{9x^2 – 12xy + 4y^2 = (3x – 2y)^2}$

OBSERVACION: Antes de aplicar este caso hay que ordenar el trinomio con respecto a una variable y verificar si es trinomio cuadrado perfecto.

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$. Para factorizar un trinomio de esta forma se procede de la siguiente manera:

a) Se ordena el trinomio en forma descendente, con respecto a la variable.
b) Se forman dos binomios, donde el primer término de los mismos es la variable.
c) Los segundos términos de los binomios son los números cuyo producto es igual al tercer término y cuya suma es el coeficiente del segundo término del trinomio.

Ejemplo:

a) Factorizar: $x^2 - 8x + 12$

Resolución:

La variable es x,

Se forman los binomios, donde el primer término es en ambos x: (x) (x)

Los números que completan los binomios son -6, y -2, porque multiplicados obtenemos + 12 y sumados obtenemos -8.

Los binomios son (x-6) y (x – 2)

Respuesta: $\mathbf{x^2 - 8x + 12 = (x-69(x-2)}$

OBSERVACION: Para determinar los segundos términos de los binomios, se piensa en dos números que multiplicados den el tercer término. Si el tercer término es negativo, los números serán uno positivo y el otro negativo y sumados darán el coeficiente del segundo término. Si el tercer término es positivo, los dos números serán positivos o los dos serán negativos y sumados darán el coeficiente del segundo término. Recuerde que la suma de dos números es la suma o resta de sus valores absolutos, dependiendo si son de iguales o diferentes signos.

c) Factorizar: $m^2 - 2m - 24$

Resolución:

Los binomios tienen como primer término a la variable m (m) (m) y como segundos términos a un número negativo y a un número positivo, que multiplicados den -24 y sumados den -2. Estos números son -6 y +4.

Los binomios son: (m – 6) y (m+4)

Respuesta: x^2 **– 2x – 24 = (x-6) (x+4)**

5.3.2 Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$. Para factorizar un trinomio de esta forma, se procede de la siguiente manera:

a) Se ordena el trinomio en forma descendente, con respecto a la variable.
b) Se buscan cuatro números que ordenados en forma de rectángulo, de tal forma que los de la primera columna sean factores del primer coeficiente, los de la segunda columna sean factores del tercer término y la suma de sus productos cruzados sea igual al segundo coeficiente.
c) El trinomio es el producto de dos binomios de primer grado, donde los números de la primera columna son los coeficientes de la variable y los números de la segunda columna son los segundos términos de los binomios.

a b

Factores del primer coeficiente Factores del tercer coeficiente

c d

Ad + bc = segundo coeficiente.

NOTA: Estos números se obtienen mediante ensayos.

Ejemplo:

Resolución:

Factorizar: $6x^2 + 19x + 15$

Resolución:

Primer ensayo: 6 5

1 3

$6\ (3) + 5\ (1)$

$18 + 5 = 23$

Como la suma de los productos cruzados debe ser +19 y obtuvimos 23, se hace necesario utilizar una diferente selección de factores.

Segundo Ensayo:

$$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ \underline{3} & \underline{5} \end{array}$$

$2\ (5) + 3(3)$

$10 + 9 = 19$

Como la suma de los productos cruzados es 19, entonces los factores buscados son: $(2x + 3)$ y $(3x + 5)$

Respuesta: $6x^2 + 19x + 15 = (2x + 3)\ (3x + 5)$

b) Factorizar $7x^2 + 13x - 2$

Resolución:

Primer ensayo:

$$\begin{array}{cc} 7 & 1 \\ \underline{1} & \underline{-1} \end{array}$$

$7\ (-1) + 1(2)$

$-7 + 2 = -5$

Como la suma de los productos cruzados debe ser +13 y obtuvimos -5, se hace necesario hacer otra selección de factores.

Segundo ensayo:

$$\begin{array}{cc} 7 & -1 \\ \underline{1} & \underline{2} \end{array}$$

$7(2)+1(-1)$

$14 + (-1) = 14 - 1 = +13$

Como la suma de los productos cruzados es +13, los factores buscados son: $(7x-1)$ y $(x+2)$

Respuesta: $7x + 13x - 2 = (7x - 1)\ (x+2)$

LABORATORIO No.2

1. Factorice completamente los siguientes polinomios:

a) $X^2 + 8x + 16 =$ ______________________________

b) $Y^2 – 10y +25 =$ ______________________________

c) $4a^2 – 4a + 1 =$ ______________________________

d) $9m^2 + 12m+4=$ ______________________________

e) $25x^2 + 20xy +4y^2=$ ______________________________

f) $36a^2 – 82ab + 4ab^2 =$ ______________________________

g) $m^4 – 20m^2n + 100n^2 =$ ______________________________

h) $64x^4 + 16x^2y^3 + y^6 =$ ______________________________

Unidad 6
Ecuaciones

Temas:

1. **Ecuaciones lineales con una variable**
2. **Sistema de ecuaciones lineales con dos variables**
3. **Resolución de problemas con ecuaciones lineales**
4. **Ecuaciones cuadráticas**
5. **Representación gráfica de ecuaciones**

El olvido de las matemáticas perjudica a todo el conocimiento, ya que el que las ignora no puede conocer las otras ciencias ni las cosas de este mundo”.(Roger Bacon)

VI ECUACIONES

6.1 Ecuaciones lineales con una variable

Ecuación es una igualdad que contiene una o más variables y que es verdadera para algunos valores de las variables.

Las ecuaciones se identifican por el número de variables y los exponentes de éstas.

Ejemplos:

a) $ax + 5 = 11$, es una ecuación de primer grado con una variable.
b) $3x^2 – 75 = 0$, es una ecuación de segundo grado con una variable.

Resolver una ecuación significa hallar el valor de las variables que hagan verdadera la igualdad. Estos valores se llaman raíces o soluciones de la ecuación.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita o variable, son de primer grado, cuando el máximo exponente de la variable es 1. Estas ecuaciones también se llaman lineales.

Para resolver ecuaciones lineales, se utilizan las siguientes igualdades equivalentes que se dieron en el primer curso, al definir las operaciones elementales.

$a + b = x$ es equivalente a decir $a = x + b$

$a * b = x$ es equivalente a decir $a = x/b$

$a^b = x$ es equivalente a decir $a = \sqrt[b]{x}$

Estas igualdades equivalentes permiten sustituir una por otra. Observe una y otra, se dará cuenta que únicamente hemos trasladado la variable b de un lado de igualdad a otro, y que al trasladarla lo hacemos cambiando de operación: si del lado derecho está sumando, la trasladamos al lado izquierdo restando y viceversa. Si está multiplicando, la trasladamos dividiendo y viceversa. Si está como exponente de una potencia la trasladamos como índice de una raíz.

Para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita se procede de la siguiente manera:

a) Se efectúan las operaciones indicadas, si las hay.

b) Se trasladan términos de un lado hacia otro, de tal forma que los términos que contengan la variable o incógnita nos queden de uno de los lados de la igualdad y los términos independientes nos queden al otro lado.

c) Se reducen términos semejantes en cada miembro.

d) Se despeja la incógnita trasladando el coeficiente de la variable como divisor del total de los términos independientes.

e) Se efectúa la división.

Ejemplo:

a) Resolver: $6x - 7 = 2x + 1$

Trasladamos términos	$6x - 2x = 1+7$
Reducimos términos semejantes	$4x = 8$
Despejamos x	$x = 8/4$
Efectuamos la división	$x = 2$

Respuesta:x=2

b) Resolver: $5x = 8x - 15$

Trasladamos términos:	$5x - 8x = -15$
Reducimos términos semejantes:	$-3x = -15$
Despejamos x	$x = -15/-3$
Dividimos	$x = 3$

Respuesta: x**= 5**

c) Resolver: $2x - 7 + 4x = 5 - x + 2$

Trasladamos términos:	$2x + 4x + x = 5 +2+7$
Reducimos términos semejantes	$7x = 14$
Despejamos x	$x = 14/7$
Dividimos	$x = 2$

Respuesta:x = 2

EJERCICIO No. 13

Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $X+7= 15$

b) $2x – 8 = 10$

c) $4x – 2 = 3x+8$

d) $5x + 4 = 2x – 2$

e) $7x -3 +x+7 = 6x – 3$

f) $10 – 5x +4 – 3x = -13x-6$

g) $3x + 5x – x + 2x = -x+16$

h) $9 – x + 6x -4 = -2x – 2$

i) $x2 – 16 = 9$

j) $3x^2 – 27 = 0$

1. Efectúe las operaciones indicadas y resuelva la ecuación:

a) $2(x -1) = x + 7$

b) $3 (x -1) = 2x + 3$

c) $3 (x+2) = 3+2 (x-1)$

d) $10x – 3 (x-3) = 5x – 6$

e) $3 (x-1) + 2 (x+1) = 3x + 12$

f) $x – (2x + 1)= 8 – (3x +3)$

f) $15x – 10 =6x -(x + 2) + (-x + 3)$

h) $x + 3 (x – 1)= 6 – 4 (2x+3)$

i) $4 (3x – 1 + 2x) = 9x – 10$

j) $4x (x –7) = 2x (2x – 13) +10$

6.2 Sistema de ecuaciones lineales con dos variables

Ecuaciones simultáneas son dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas, que tienen valor que las hacen verdaderas simultáneamente.

Ejemplo:

Las ecuaciones $x + y = 7$

$x - y = 1$

Son simultáneas porque son verdaderas para los valores $x=4$, $y = 3$

Ecuaciones Equivalentes, son dos o más ecuaciones que tienen la misma solución o raíz. Si multiplicamos o dividimos todos los términos de una ecuación por un mismo número, obtenemos otra ecuación equivalente.

Ejemplo:

La ecuación, $2x + 3y = 5$ al multiplicarla por 2, obtendremos la ecuación equivalente $4x + 6y = 10$

Sistema de ecuaciones es la reunión de dos o más ecuaciones simultáneas, con dos o más incógnitas.

Ejemplo:

$2x + 3y = \mathbf{13}$

$4x - y = \mathbf{5}$

Para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas con dos variables o incógnitas, existen varios métodos o procedimientos. En este texto utilizaremos el método de reducción, llamado también método de suma o resta, y el método gráfico.

Procedimiento:

a) Se suman o se restan las ecuaciones, según convenga, para que en el proceso se elimine una de las variables.
b) Se despeja la variable que nos queda.
c) El valor encontrado, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones dadas.
d) Se opera y despeja la segunda variable.
e) Los valores encontrados constituyen la pareja solución del sistema.

Ejemplos:

a) Resolver el sistema $x + y = 5$
$x - y = 1$

Resolución:

Sumamos términos semejantes $x + y = 5$

$\underline{x - y = 1}$

$2x \quad = 6$

Despejamos la variable $x = 6/2$

$x = 3$

Sustituimos el valor $x = 3$ en la primera ecuación $3 + y = 5$

Despejamos la variable $y = 5 - 3$

$y = 2$

Respuesta: **$x=3$, $y = 2$**

b) Resolver el sistema $5x + 7y = -1$
$-3x + 4y = -24$

En este caso, al sumar o restar, podemos observar que no se elimina ninguna de las variables, porque para que esto suceda, los coeficientes de una misma variable deben ser opuestos o iguales. Por lo tanto, utilizaremos ecuaciones equivalentes a las anteriores, multiplicándolas por 3 y 5 respectivamente (estos números son coeficientes absolutos de la variable (x) y luego seguimos el procedimiento del ejemplo anterior:

Al multiplicar $3\ (5x + 7y) = -1$

$5\ (-3x + 4y) = -24$

Nos resulta en nuevo sistema	$25x + 21y = -3$
	$\underline{-15x + 20y = -120}$
Que al sumar nos da	$41y = -123$
Despejando la variable nos resulta que	$y = -123/41$
Dividiendo tenemos que	$y = -3$
Sustituyendo y=13 en la primera ecuación	$5x + 7\ (-3) = -1$
Tenemos la ecuación	$5x - 21 = -1$
Trasladando términos	$5x = -1 + 21$
Sumando términos semejantes	$5x = 20$
Despejando la variable resulta	$x = 20/5$
	$X = 4$

Respuesta: **x= 4, y= -3**

EJERCICIO No. 14

1. Resuelva correctamente los siguientes sistemas:

a) $3x - y = 1$
$2x + y = 9$

b) $2x + y = 8$
$4x - 2y = 10$

c) $3x - 2y = 14$
$2x - 3y = 103$

d) $x - 2y = 1$
$x + y = 3$

e) $2x + y = 6$
$3x - y = 4$

f) $x - y = 13$
$3x + 2y\ 0\ -4$

g) $2x - 3y = 9$
$3x + 5y = 15$

h) $2x - 12y = 6$
$3x + y = 9$

i) $15x - 8y = 80$
$5x - 3y = 25$

j) $3x - 2y = 13$
$2x + 4y = 3$

6.3 **Resolución de problemas con ecuaciones lineales**

Los problemas son enunciados que expresan relaciones entre cantidades numéricas. Nuestro objetivo es traducir la expresión verbal del problema a una ecuación que pueda resolverse por medio de conocidos.

Ejemplos:		
No	Problema	Ecuación
1.	Si a un número se le suma 8, el resultado es 30	$X + 8 = 30$
2.	El doble de un número disminuido en 3 es 15	$2x – 3 = 15$
3.	El triple de un número es igual a 5 veces el número aumentado en 30	$3x = 5x + 30$
4.	Las suma de dos números es 24 uno de ellos es el triple del otro.	$X + 3x = 24$
5.	El doble de un número menos el triple de otro es 45	$2x – 3y = 45$
6.	El cuadrado de un número más dos veces el número es 8	$X^2 +2x = 8$

Para resolver problemas con ecuaciones de primer grado de una y dos variables, se traduce el enunciado a una ecuación y luego se resuelve ésta.

Ejemplos:

a) Si a un número se le suma 5 el resultado es 32. Hallar el número.

Resolución:

La ecuación algebraica es $x + 5 = 32$

Trasladamos términos $x = 32 – 5$

Despejamos $x = 27$

Respuesta: **El número es 27**

b) El triple de un número aumentado en 7 es 49. Hallar el número

Resolución:

Si el número es x

La ecuación es $3x + 7 = 49$

Trasladamos términos $3x = 47 -7$

Reducimos términos semejantes $3x = 42$

Despejamos la variable $x= 42/3$

Dividimos $x = 14$

Respuesta:

El número es 14

c) La suma de dos números es 99, uno de ellos es el doble del otro. Hallar los números.

Resolución:

Si el número menor es x;

Entonces, el mayor es 2x,

La ecuación es $x + 2x = 99$

Reducimos términos semejantes $3x = 99$

Despejamos la variable $x = 99/3$

$x= 33$

Respuesta: **El número menor es $x= 33$**

El segundo es el doble $2x = 66$

d) La suma de tres enteros consecutivos es 48. Hallar los números.

Resolución:

Si el número menor es x

El siguiente es $x + 1$

El tercero es $x + 2$

La ecuación algebraica es $x + x + 1 +x + 2 = 48$

Trasladando términos $x + x + x = 48 - 1 -2$

Reducimos términos semejantes $3x=45$

Despejamos la variable $x = 45/3$

Dividimos $x= 15$

Respuesta: El número menor es $x=15$

El siguiente es $x+1 = 16$

El tercero es $x + 2 = 17$

e) La suma de dos números es 20 y su diferencia es 4. Hallar los números.

Resolución:

Si el mayor es x

Y el menor es y

La suma de los números es $x + y = 20$

La diferencia de los números es $x – y = 4$

Resolviendo el sistema $x + y = 20$

$\underline{x – y = 4}$

$2x = 24$

$X= 24/2$

$X= 12$

Sustituyendo x012 en la primera ecuación resulta el valor de y

$x+y=20$

$12+y =20$

$y=20 – 12$

$y= 8$

Respuesta: el número mayor x=12

El número menor y=8

EJERCICIO No.15

1. Resuelva los siguientes problemas:

a) Si a un número se le suma 36, el resultado es 78. Determine el número.

b) Si un número se disminuye en 7, el resultado es 42. Determine el número.

c) Si al doble de un número se le aumenta 5, resulta 75. Hallar el número.

d) Si el cuádruplo de un número disminuido en 10 es 90. Hallar el número.

e) Dos números enteros consecutivos suman 57. Hallar los números.

f) La suma de tres enteros consecutivos es 120. Hallar los números.

g) Un número es igual al triple de otro y la suma de ambos es igual a 200. Hallar los números.

h) La suma de dos números es 150 y el mayor excede al menor en 60. Hallar los números.

i) Julio tiene 5 años más que Germán. Si ambas edades suman 19 años, ¿qué edad tiene cada uno?

j) La edad de Oscar es el triple de la de Enrique más 3 años, y ambas edades suman 59 años. Hallar las edades de cada uno.

2. Resuelva por medio de sistemas de ecuaciones los siguientes problemas:

a) La suma de dos números es 20 y su diferencia es 14. Hallar los números.

b) La suma de dos números es 50 y ½ de su diferencia es 8. Determinar los números.

c) La diferencia de dos números es 22 y 1/9 de su diferencia es 6. Hallar los números.

d) Por dos blusas y tres faldas pagué Q 280.00. Si por 2 faldas y 5 blusas pago Q370.00 ¿Cuál es el precio de una blusa y una falda?

e) En un parque de diversiones 5 entradas de niño y dos de adulto cuestan Q25.00 . Si por 6 entradas de adulto más 3 de niño pagué Q39.00, determine el valor de una entrada de niño y una de adulto.

f) El doble de un número menos el triple de otro es igual a 16, y el triple del primero más el cuádruplo del segundo es igual a 20. Hallar los números.

g) 6 manzanas y 3 peras cuestan Q15.00 y 12 peras y 5 manzanas cuestan Q22.00 ¿Cuánto cuesta una manzana y cuánto una pera?

h) Julio tiene doble dinero que Ricardo. Si Julio le da a Ricardo Q20.00 ambos tendrían lo mismo. ¿Cuánto tiene cada uno?

i) El perímetro de un cuarto rectangular es 14 mts. Y 4 veces el largo equivale a 3 veces el ancho. Hallar las dimensiones del cuarto.

j) Si al menor de dos números se añade 6 veces el mayor, la suma es 27, y si a 7 veces el menor se resta el triple del mayor, la diferencia es 9. Hallar los números.

6.4 Ecuaciones de segundo grado con una variable

Ecuaciones de segundo grado es toda ecuación en la cual, una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2. También se les llama cuadráticas.

Ejemplo: $2x^2 + 5x - 3 = 0$

Ecuaciones completas de segundo grado: Son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$

Ecuaciones incompletas de segundo grado: Son ecuaciones de las forma $ax^2 + c = 0$, que carecen del término en x o bien de la forma: $ax^2 + bx = 0$ que carecen del término independiente.

Para resolver una ecuación de segundo grado ó cuadrática, aplicaremos los siguientes métodos:

Por factorización:

Ejemplos:

a) Resolver la ecuación $3x^2 + 6x = 0$

Solución:

Por factor común	$3x(x+2) = 0$
Igualamos cada uno de los factores a cero	$3x = 0 \rightarrow x = 0$
	$X + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

Respuesta: $x = 0$, $x = -2$

b) Resolver la ecuación: $x^2 - x - 12 = 0$

Solución:

Factorizamos $(x - 4)(x + 3) = 0$

Igualamos cada uno de los factores a cero y despejamos

$(x - 4) = 0$ $(x + 3) = 0$

$X = 4$ $x = -3$

Respuesta: $x= 4$, $x = -3$

c) Resolver la ecuación: $x^2 -9 = 0$

(En este caso no es necesario factorizar, únicamente despejamos x).

Solución:

Trasladamos el -9 $x^2 = 9$

Despejamos la variable $x = + \sqrt{9}$

Extraemos raíz cuadrada $x = + 3$

Respuesta: $x= 3$, $x = -3$

Por fórmula general:

La fórmula que utilizaremos para la resolución de ecuaciones cuadráticas es la siguiente:

$$X = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para resolver una ecuación cuadrática mediante la fórmula general, se compara la ecuación mediante la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$, con el fin de encontrar los valores de a, b, c. Luego se sustituyen dichos valores en la fórmula.

Observe que a es el coeficiente de x^2, b es el coeficiente de x y c es el término constante o independiente, cuando la ecuación se escribe en forma estándar.

Ejemplos:

a) En la ecuación: $3x^2 + 2x – 5 = 0$, a= 3, b= 2 y c= 5
b) En la ecuación: $7x^2 – 2x = 0$, a= 7, b= 2 y c= 0
c) En la ecuación: $4x^2 – 5$, a=4, b=0 y c=5

Ejemplos:

a) Resolver la ecuación $x^2 – 2x – 24 = 0$

Sustituyendo los valores de a, b y c en la fórmula general tenemos:

$$X= \frac{-(-2) + \sqrt{(-2)^2 – 4 (1) (-24)}}{2 (1)}$$

Efectuando operaciones indicadas tenemos: $x= \frac{\mathbf{2} + 4 + 96}{2}$

Operando la raíz obtenemos: $\frac{2 + \sqrt{100}}{2} = \frac{2+10}{2}$

Realizando la suma obtenemos: $x^1 = \frac{2 – 10}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Realizando la resta obtenemos: $x^2 = \frac{2 – 10}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

Respuesta: x = 6, x= -4

Solución:

a= 7, b= -2 y c= 0

Sustituyendo los valores de a, b y c en la fórmula general tenemos:

$$X= \frac{- (-2) + \sqrt{(-2)^2 – 4 (7)(0)}}{}$$

2 (7)

Efectuando operaciones indicadas tenemos: $x = \dfrac{2 + \sqrt{4 - 0}}{2}$

Operando la raíz obtenemos: $x = \dfrac{2 + \sqrt{4}}{2} = \dfrac{2 + 2}{2}$

Realizando la suma obtenemos: $x_1 = \dfrac{2 + 2}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

2 2

Realizando la resta obtenemos $x_2 = \dfrac{2 - 2}{2} = \dfrac{0}{2} = 0$

Respuesta: x= 2, x= 0

EJERCICIO No. 16

Elija uno de los métodos estudiados y resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $X^2 - x = 0$

b) $x^2 - 25 = 0$

c) $2x^2 - 4x = 0$

d) $2x^2 - 8 = 0$

e) $3x^2 + 9x = 0$

f) $3x^2 = 27$

g) $7x^2 = 14x$

h) $x^2 - 100 = 0$

i) $5x^2 = -25x$

j) $2x^2 - 72 = 0$

Resuelva correctamente cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $X^2 + 7x + 12 = 0$

b) $3x^2 – 7x – 20$

c) $x^2 – 8x + 15 = 0$

d) $7x^2 + 13x – 2 = 0$

e) $x^2 – 5x – 6 = 0$

f) $6x^2 + 7x – 5 = 0$

g) $X^2 + 6 – 7 = 0$

h) $6x^2 – 5x – 21 = 0$

i) $x^2 – 8x – 20 = 0$

j) $-2x^2 + 13x – 15 = 0$

3. Resuelva los siguientes problemas :

a) El cuadrado de un número más en triple del número es 10. Hallar el número.

b) El cuadrado de un número aumentado en 6 es igual a 5 veces el número. Hallar el número.

c) El cuadrado de un número disminuido en 15 es el doble del número. Hallar el número.

d) Dos veces el cuadrado de un número más cinco veces el número es 3. Hallar el número.

e) 6 veces el cuadrado de un número más el número es 12. Hallar el número.

Para resolver problemas con ecuaciones cuadráticas se procede de la misma forma que para ecuaciones lineales.

Se traduce el problema a una ecuación.

Se resuelve la ecuación.

Ejemplo:

a) El cuadrado de un número negativo, más 5 veces el número es 24. Hallar el número.

Resolución:

La ecuación es: $x^2 + 5x = 24$

La forma estándar es $x^2 + 5x - 24 = 0$

Aplicando métodos de factorización tenemos: $(x + 8)(x - 3) = 0$

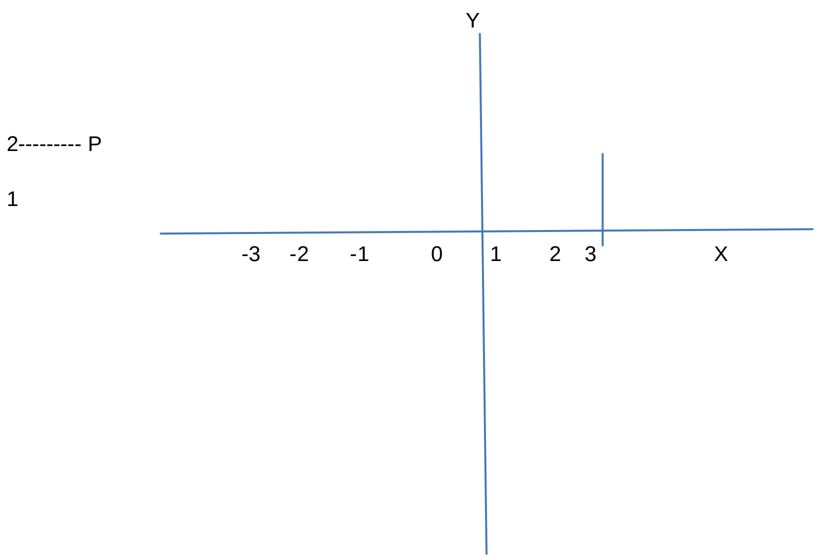
Igualando cada factor a cero tenemos: $x + 8 = 0$ y $x - 3 = 0$

Despejando x en ambas ecuaciones tenemos: $x = -8$ y $x = 3$

Respuesta: **El número es -8**

6.5 **Resolución gráfica de ecuaciones:**

La siguiente gráfica es un plano cartesiano.



Las rectas X y Y ejes del plano cartesiano nos definen el plano, que en este caso, es el plano de la página. Al eje x se le llama eje de las abscisas y al eje de las y se les llama ejes de las ordenadas.En el plano, de la infinidad de puntos que contiene, hemos identificado al punto P, que se localiza en el centro del plano, 3 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba; es decir, el punto P tiene como abscisa 3 y como ordenada 2. El punto P está definido por las coordenadas (3,2).

La pareja ordenada que define un punto de un plano cartesiano se llama: coordenadas del punto.

Las ecuaciones de primer grado se representan en un plano cartesiano como un conjunto infinito de puntos.

Ejemplos:

Represente en forma gráfica, en un plano cartesiano, la ecuación $-x + y = 2$.

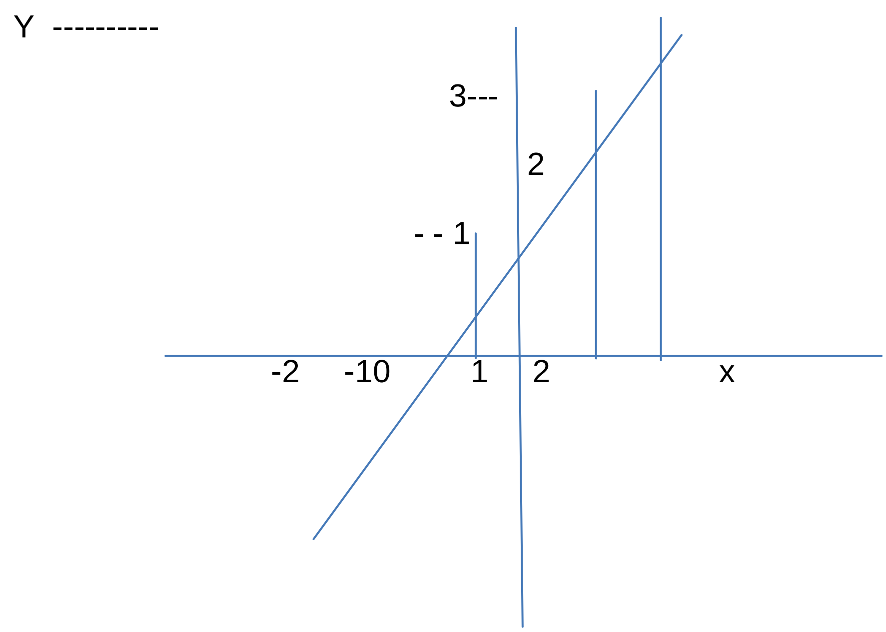
Resolución:

Se despeja la variable y $\longrightarrow$ $y = x + 2$ (se dice que y depende de x)

Se dan valores para x de los cuales se originan valores para y, observe la tabla

x	y = x+2
-2	-2 +2= 0
-1	-1 +2= 1
0	0+2 = 2
1	1+2 = 3
2	2+2 = 4

Las cinco parejas (-2,0), (-1,1), (0,2), (1,3),(2,4) nos permiten dar forma a la gráfica de nuestra ecuación, como podemos observar en la siguiente figura.



La gráfica de una ecuación de primer grado es siempre una línea recta.

Un sistema de ecuaciones simultáneas de primer grado con dos variables se puede resolver en forma gráfica. La solución del sistema es el punto de intersección de las dos.

Ejemplo:

Resolver de forma gráfica el sistema de ecuaciones $x + y = 3$

x – y = 1

Resolución:

Despejamos la variable y en ambas ecuaciones: y = -x + 3

Y = x – 1

Hacemos una tabla de valores para cada ecuación:

x y= -x + 3 x y= x -1

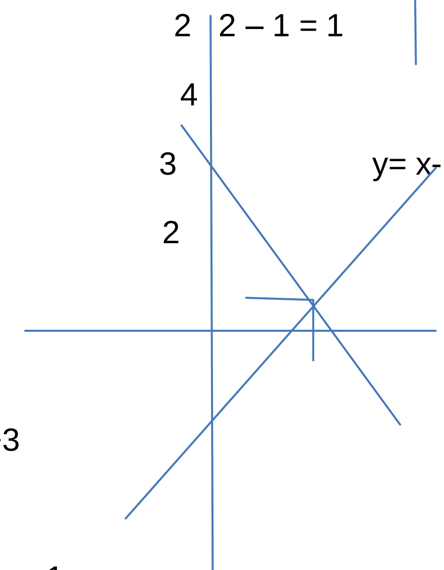
-2 -2+3=1 -2 -2 – 1 = -3

-1 -1+3=2 -1 -1 -1 = -2

0 0 +3=3 0 0 – 1 = -1

1 1 +3=4 1 1 – 1 = 0

2 2+3= 5y 5 2 2 – 1 = 1



Respuesta: x= 2, y =1

La representación gráfica de una ecuación de segundo grado en un plano cartesiano es una curva abierta hacia arriba o hacia abajo, llamada parábola. Su solución en forma gráfica es el punto de intersección de la parábola con el eje de la abscisa o eje x.

Ejemplo:

Resolver en forma gráfica la ecuación $x^2 – 4 = 0$

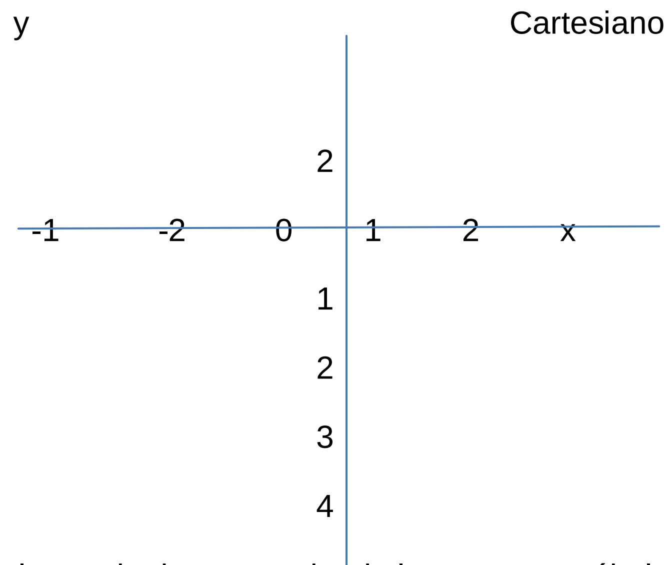
Resolución:

Para definir los puntos escribimos $y = x^2 - 4$

Hacemos la tabla de valores.

X	$y = x^2 -$
-2	$(-2^2) - 4 = 4$
-1	$(-1)^2 - 4 = 1 - 4 = 3$
0	$02^2 - 4 = 0 - 4 = 4$
1	$1^2 - 4 = 1 - 4 = 3$
2	$2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

Las coordenadas de los puntos son (-2, 0), (-1,-3), (0 -4), (1, -3) (2, 0). Estos puntos nos definen la representación gráfica o parábola de la ecuación, como lo muestra la gráfica del plano Cartesiano.



La solución es la pareja de puntos donde la curva o parábola corta el eje x; por lo tanto,

Respuesta: $x = -2$, $x=2$

EJERCICIO No. 17

1. Resuelva en forma gráfica:

a) El sistema: $2x + y = 7$
$3x + y = 9$

b) La Ecuación: $x^2 - 9$

AUTOEVALUACIÓN No. 2

I SERIE

Instrucciones: En el paréntesis de cada enunciado escriba una V si es verdadero, ó una F si es falso.

1. La ecuación $3x + 2y$ es una ecuación lineal. ( )
2. La gráfica de una ecuación cuadrática es una línea recta. ( )
3. La ecuación $2m + 3n$ es un sistema de ecuaciones simultáneas. ( )
4. Existe un solo método para resolver una ecuación de primer grado. ( )
5. Dos ecuaciones equivalentes tienen la misma solución. ( )

II SERIE

Instrucciones: Resuelva correctamente cada una de las siguientes ecuaciones.

1. $3x + 5 - x = 4x - 3$

2. $2x - 3y = 9$
$3x+5y= -15$

3. $X^2 +5x = 0$

4. $3 (x + 5) -2(x-1) = 34$

5. $2x^2 - 162 = 0$

6. $2x^3 - 4x - 6 = 0$

III SERIE

Instrucciones: Construya la tabla de valores y trace las gráficas de las siguientes ecuaciones.

1. $y = 3x - 1$

2. $y = -3$

3. $y = x^2 - 2x$

IV SERIE

Instrucciones: Resuelva correctamente cada uno de los siguientes problemas.

1. Determine el número que aumentado en 20 equivale al triple del mismo número.

2. Si me pagaran Q200.00 tendría el doble de lo que tengo ahora más Q50.00 ¿Cuánto tengo?

3. En tercero sección D hay 42 alumnos entre jóvenes y señoritas. El número de señoritas excede en 4 al doble de los jóvenes. ¿Cuántos jóvenes hay en la clase y cuántas señoritas?

4. El cuadrado de un número aumentado en 6 es igual a 5 veces el número. Hallar el número.

CONCLUSIONES.

- La matemática es una ciencia abstracta que en su estado particular a través de cantidades, desarrolla el sentido lógico de aplicabilidad práctica en cualquier aspecto de la vida del ser humano.

- El análisis matemático es un medio científico que responde a cualquier exigencia del mundo actual.

- Este texto de Matemática Fundamental, brindará al estudiante de Profesorado en Enseñanza Media en Pedagogía la oportunidad de agilizar el desarrollo de su estudio y para el Docente será una herramienta pedagógica y didácticamente eficaz.

- La matemática es una ciencia que presenta dificultad para gran número de estudiantes, pero a través de la utilización de un lenguaje adecuado de conocimientos básicos, se logra desarrollar habilidades y destrezas que de manera fácil se pueden contextualizar.

BIBLIOGRAFÍA

- AYRES, Frank. (1,983). **Fundamentos de matemáticas superiores,** Edit. McGraw-Hill, serie Schaum. Traducido por Jesús María Castaño. México.
- BALDOR, Aurelio (1,980). **Algebra,** Editorial Cultural Centroamericana. S.A. España.
- BALDOR, Aurelio. (1,983). **Aritmética.** Publicaciones Cultural S.A. 17ª. Reimpresión. México.
- BARNETT, Raymond. (1,995). **Algebra y Trigonometría,** Edit. McGraw-Hill, 3ª. Edición en Inglés, 2ª. En Español. Traducido por Diego Edmundo Barahona. México.
- LEHMANN, Charles (1,986), **Álgebra.** Editorial Limusa, México.
- RODAS DE LOPEZ, Iris C. **Matemáticas Comerciales,** Ediciones ZANTMARÓ, Sexta edición, Guatemala, Centro América.
- SWOKOWSKY, Earl. (1,986). **Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.** Grupo editorial Iberoamérica, Traducido al Español catedráticos del Instituto Tecnológico Autónomo de México. D.F.